

**KARTKÓWKA grupa I 14.15-15.45, 17 XII 1999**

1. Operator  $T : l^1 \rightarrow c_0$  jest zadany wzorem

$$T((a_i)) = \left( \frac{\sum_{k=1}^i a_k}{i} \right).$$

- a) Wykaż, że  $T$  jest ciągły i znajdź jego normę
- b) Między jakimi przestrzeniami Banacha działa operator sprzężony  $T^*$ ?
- c) Podaj wzór na  $T^*$
- d) Jaka jest norma  $T^*$ ?

2. Załóżmy, że dane są ciągi liczb rzeczywistych

$$a_n = (a_{n,i}) \in l^\infty, \quad n = 1, 2, \dots$$

takie, że dla dowolnego ciągu  $b = (b_i) \in l^1$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{\infty} a_{n,i} b_i = 0.$$

Udowodnij, że

$$\sup_n \sup_i |a_{n,i}| < \infty.$$

**KARTKÓWKA grupa II 14.15-14.45, 17 XII 1999**

1. Załóżmy, że dane są ciągi liczb rzeczywistych

$$a_n = (a_{n,i}) \in l^2, \quad n = 1, 2, \dots$$

takie, że dla dowolnego ciągu  $b = (b_i) \in l^2$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{\infty} a_{n,i} b_i = 0.$$

Udowodnij, że

$$\sup_n \sum_i |a_{n,i}|^2 < \infty.$$

2. Operator  $T : l^1 \rightarrow c_0$  jest zadany wzorem

$$T((a_i)) = \left( \frac{\sum_{k=i}^{\infty} a_k}{i} \right).$$

- a) Wykaż, że  $T$  jest ciągły i znajdź jego normę
- b) Między jakimi przestrzeniami Banacha działa operator sprzężony  $T^*$ ?
- c) Podaj wzór na  $T^*$
- d) Jaka jest norma  $T^*$ ?

**KARTKÓWKA, grupa 16.00-17.30, 17 XII 1999**

1. Operator  $T : l^1 \rightarrow c_0$  jest zadany wzorem

$$T((a_i)) = \left( \frac{\sum_{k=1}^i a_k}{\sqrt{i}} \right).$$

- a) Wykaż, że  $T$  jest ciągły i znajdź jego normę
- b) Między jakimi przestrzeniami Banacha działa operator sprzężony  $T^*$ ?
- c) Podaj wzór na  $T^*$
- d) Jaka jest norma  $T^*$ ?

2. Załóżmy, że dane są ciągi liczb rzeczywistych

$$a_n = (a_{n,i}) \in l^1, \quad n = 1, 2, \dots$$

takie, że dla dowolnego ciągu  $b = (b_i) \in c_0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{\infty} a_{n,i} b_i = b_1.$$

Udowodnij, że

$$\sup_n \sum_i |a_{n,i}| < \infty.$$