

## Zadania z Rachunku Prawdopodobieństwa I - seria 2

### Prawdopodobieństwo klasyczne i geometryczne

1. (**Paradoks kawalera de Méré**) Przy rzucie trzema kostkami sumę 11 i 12 oczek można uzyskać na tyle samo sposobów. Dlaczego częściej wypada suma 11?
2. (**Paradoks Bertranda**) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrana cięciwa okręgu ma długość większą niż bok trójkąta równobocznego wpisanego w ten okrąg?
3. Do  $k$  rozróżnialnych urn wrzucono losowo  $n$  rozróżnialnych kul. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dokładnie  $m$  urn pozostanie pustych?
4. Rozwiązać powyższe zadanie dla kul nierozróżnialnych.
5. Z jeziora wyłowiono 200 ryb, oznakowano je i wpuszczono do wody. Po pewnym czasie wyłowiono 100 ryb, a wśród nich było 8 oznakowanych. Za rozsądną ocenę liczby ryb w jeziorze można uznać liczbę ryb, dla której zrealizowało się zdarzenie o największym prawdopodobieństwie. Jaka to liczba?
6. Każdy z  $n$  chromosomów w komórce wystawionej na promieniowanie dzieli się na dwie części różnych typów (powiedzmy typu A i typu B). Części te następnie ponownie łączą się w pary, przy czym możliwe jest także połączenie w parę 2 części tego samego typu. Jakie jest prawdopodobieństwo, że części te połączą się w takich samych kombinacjach, jak przed podziałem? Jakie jest prawdopodobieństwo, że po połączeniu każda z par będzie się składać z części różnych typów?
7. (\*) Dane są liczby  $k, n \in \mathbb{N}$  ( $k > 1$ ), spełniające nierówność  $n < 2^{k/2}$ . Udowodnić, że liczby ze zbioru  $A_n = \{1, \dots, n\}$  można pokolorować dwoma kolorami w ten sposób, by w każdym ciągu arytmetycznym długości  $k$ , o elementach ze zbioru  $A_n$  występowały liczby w obu kolorach.

### Zadanie domowe

1. W kolejce po bilety na mecz stoi  $n$  kibiców. Każdy z nich nosi szalik w kolorze A lub B. Załóżmy, że wszystkie możliwe układy kolorów są jednakowo prawdopodobne. Jakie jest prawdopodobieństwo, że żadne dwie kolejne osoby nie mają szalików w tym samym kolorze? Jakie jest prawdopodobieństwo, że żadne dwie kolejne osoby nie mają szalików w kolorze A? Jakie jest prawdopodobieństwo, że za żadnym kibicem z szalikiem w kolorze A nie stoi bezpośrednio kibic z szalikiem w kolorze B?