

Zadania na ćwiczenia z RP na WNE, 2010/11 — Seria 4

1. Rzucono 10 razy kostką. Jaka jest szansa otrzymania
 - a) 6 oczek co najmniej raz?
 - b) 5 oczek dokładnie 3 razy?
2. Rzucono 10 razy symetryczną kostką. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w pierwszym rzucie otrzymano szóstkę, jeśli wiadomo, że
 - a) otrzymano 3 szóstki?
 - b) w następnych 9-ciu rzutach otrzymano szóstki?
3. Rzucono kostką 3 razy. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że szóstka wypadła co najmniej dwa razy, jeśli wiadomo, że czwórka i dwójka nie wypadły ani razu?
4. Zdarzenia A_1, A_2, \dots, A_n są niezależne i mają jednakowe prawdopodobieństwo p . Jaka jest szansa, że
 - a) znajdą wszystkie naraz?
 - b) nie znajdzie żadne z nich?
 - c) znajdzie dokładnie jedno?
 - d) znajdzie przynajmniej jedno z nich?
5. Dwaj gracze rzucają po n razy symetryczną monetą. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyrzucą tę samą liczbę orłów?
6. Adam, Bolek i Czesio rzucają po kolei monetą. Wygrywa ten, który pierwszy wyrzuci orła. Znaleźć szanse wygranej dla każdego z graczy.
7. Bolek i Lolek grają w szachy do momentu gdy jeden z nich wygra dwie partie pod rząd. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wygra Lolek, jeśli prawdopodobieństwo wygrania przez niego pojedynczej partii wynosi p ? Zakładamy, że wyniki poszczególnych partii są niezależne.
8. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przy wielokrotnym rzucaniu parą kostek sześciennych, suma oczek 2 wypadnie przed sumą oczek 4?
9. Z jeziora wyłowiono 200 ryb, oznakowano je i wypuszczono do wody. Po pewnym czasie wyłowiono 100 ryb, a wśród nich było 8 oznakowanych. Za rozsądną ocenę liczby ryb w jeziorze można uznać liczbę ryb, dla której zrealizowało się zdarzenie o największym prawdopodobieństwie. Jaka to liczba?
10. W ciągu miesiąca firma sprzedała 10 000 zegarków. Na podstawie danych z poprzednich lat wiemy, że prawdopodobieństwo, że zegarek będzie wymagał naprawy w czasie objętym gwarancją, wynosi 0,0001. Jakie (w przybliżeniu) jest prawdopodobieństwo, że nie więcej niż 3 zegarki będą wymagały naprawy w ramach gwarancji? Podać oszacowanie błędu.

11. (Zadanie Banacha o zapalczkach) Pewien matematyk nosi w kieszeniach (lewej i prawej) po jednym pudełku zapalczek. Ilekroć chce zapalić papierosa, sięga do losowo wybranej kieszeni. Jaka jest szansa, że gdy po raz pierwszy wyciągnie puste pudełko, w drugim będzie k zapalczek? ($k = 0, 1, 2, \dots, m$), gdzie m jest liczbą zapalczek w pełnym pudełku; zakładamy, że w chwili początkowej matematyk ma dwa pełne pudełka).
12. (Zadanie o podziale stawki) Szansa wygrania pojedynczej partii gry przez gracza A wynosi p , i do zakończenia całej gry brakuje mu a wygranych partii; jego przeciwnikowi brakuje b wygranych partii. Niestety, pojedynek musi zostać przerwany. Jak sprawiedliwie podzielić stawkę? (Zakładamy, że nie ma remisów.)
13. Towarzystwo ubezpieczeniowe ma stałych klientów, którzy powodują — w ciągu roku — wypadek z prawdopodobieństwem $0,01$ i 15% nowych klientów, powodujących wypadek z prawdopodobieństwem $0,4$. Prawdopodobieństwo, że dany klient będzie miał w ciągu roku wypadek jest dla niego niezmiennie, niezależne od tego, czy miał wypadek poprzednio czy nie. Zatem prawdopodobieństwo, że wybrany losowo klient będzie miał wypadek jest równe $0,0685$, a prawdopodobieństwo, że będzie miał drugi, jeśli wiemy, że miał pierwszy, jest równe $0,3516$ (warto to obliczyć). Model zakłada, że nie ma następstw, a pomimo to spowodowanie wypadku zwiększa szanse powtórnego wypadku. Wyjaśnić to.
14. Kierowcy dzielą się na ostrożnych (jest ich 95% , i taki kierowca powoduje w ciągu roku wypadek z prawdopodobieństwem $0,01$) i piratów (jest ich 5% , szansa na wypadek w ciągu roku — $0,5$). Wybrany losowo kierowca nie spowodował wypadku w roku 2008 ani 2009. Jaka jest szansa, że spowoduje wypadek w roku 2000?