

Zadania na ćwiczenia z RP na WNE, 2010/11 — Seria 3

1. Z odcinka $[0, 1]$ losujemy dwie liczby a, b . Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że $3 \min\{a, b\} \leq \max\{a, b\}$.
2. Roztargniona sekretarka rozmieściła losowo n listów w n uprzednio zaadresowanych kopertach. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że choć jeden list trafił do właściwej koperty.
3. Rzucamy symetryczną monetą dwa razy. Jaka jest szansa, że w obu rzutach wypadły orły, jeśli wiemy, że
 - a) w pierwszym rzucie wypadł orzeł?
 - b) przynajmniej raz wypadł orzeł?
4. Z talii 52 kart losujemy 5 kart bez zwracania. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że mamy dokładnie 3 asy, jeśli wiadomo, że
 - a) mamy asa pik;
 - b) mamy co najmniej jednego asa;
 - c) mamy asa czarnego koloru;
 - d) pierwszą wylosowaną kartą jest as pik.
 - e) pierwszą wylosowaną kartą jest as;
 - f) pierwszą wylosowaną kartą jest czarny as;
5. Gracz dostał 13 kart z 52, obejrzał 8 z nich i stwierdził, że nie ma asa. Jaka jest szansa, że w ogóle nie ma asa?
6. W teleturnieju gracz ma do wyboru trzy koperty, dwie puste, jedną z nagrodą pieniężną. Gdy dokona wyboru, prowadzący otwiera jedną z odrzuconych kopert i pokazuje, że jest pusta. Gracz może w tym momencie zatrzymać wybraną wcześniej kopertę lub zmienić wybór i wziąć pozostałą z odrzuconych kopert. Która strategia jest lepsza?
7. Urna zawiera 8 kul czerwonych i 4 kule białe. Losujemy bez zwracania trzy kule. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych kul
 - a) wszystkie są białe?
 - b) wszystkie są czerwone?
 - c) dwie są czerwone a jedna biała?
8. W pierwszej urnie znajdują się dwie kule białe i trzy kule czarne, a w drugiej — jedna biała i jedna czarna kula. Losujemy kulę z pierwszej urny i, nie oglądając, przekładamy ją do drugiej urny. Następnie ciągniemy kulę z drugiej urny. Jakie jest prawdopodobieństwo, że za drugim razem wyciągnęliśmy kulę białą?
9. Początkowo urna zawiera 5 kul białych i 7 czarnych. Przy każdym losowaniu kuli z urny sprawdzany jest kolor kuli, a następnie kula ta z powrotem trafia do urny a dodatkowo dokładane są dwie nowe kule tego samego koloru co wylosowana. Jakie jest prawdopodobieństwo, że

- a) pierwsze dwie wylosowane kule są czarne a dwie kolejne białe?
b) spośród pierwszych 4 wylosowanych kul, dokładnie dwie są czarne?
10. Talia 52 kart została potasowana i podzielona na dwie równe części (po 26 kart). Z jednej części talii wyciągnięto kartę, jak się okazało — asa. As ten został dołożony do drugiej części talii a ta została potasowana. Jaka jest szansa, że na wierzchu potasowanej właśnie części talii jest as?
11. W urnie znajdują się dwie kostki: jedna prawidłowa, a druga z samymi szóstkami. Wyciągnięto losowo kostkę z urny i wykonano nią rzut. Wypadła szóstka. Jakie jest prawdopodobieństwo, że kostka jest fałszywa? Jakie jest prawdopodobieństwo, że rzucając drugi raz tą kostką znowu wyrzucimy szóstkę?
12. Wśród n monet k jest asymetrycznych, orzeł wypada na nich z prawdopodobieństwem $1/3$. W wyniku rzutu losowo wybraną monetą wypadł orzeł. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ta moneta jest asymetryczna?
13. Test na chorobę X daje wynik pozytywny u wszystkich chorych oraz fałszywy wynik pozytywny u 5% zdrowych. Wiadomo, że na chorobę X cierpi 2% populacji. U pacjenta test dał wynik pozytywny. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pacjent jest chory?