Zadania na ćwiczenia z RP na WNE, 2010/11 — Seria 10

1. Wykonujemy serię rzutów kostką. Niech X oznacza numer rzutu, w którym 5 pojawia się po raz pierwszy, natomiast niech Y oznacza numer rzutu, w którym 6 pojawia się po raz pierwszy. Obliczyć $\mathbb{E}(X|Y=1)$ oraz $\mathbb{E}(X|Y=4)$.

2. Rozkład łączny zmiennych losowych X i Y jest ciągły i ma gęstość

$$g(x,y) = \frac{3}{5}(x^2+xy)\mathbf{1}_{(0,1)}(x)\mathbf{1}_{(0,2)}(y)$$

(jak w zad. 2 z serii 8). Oblicz $\mathbb{E}(X|Y=y)$ oraz $\mathbb{E}(X|Y)$.

3. Rozkład łączny zmiennych losowych X i Y jest ciągły i ma gęstość

$$g(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{gdy } 0<y<x<1, \\ 0 & \text{wpp.} \end{cases}$$

(jak w zad. 3 z serii 8). Oblicz $\mathbb{E}(Y|X=x)$ oraz $\mathbb{E}(Y|X)$.

4. Zmienne X, Y są niezależne i mają rozkład jednostajny na odcinku $[0,1]$. Niech $U = \min(X,Y)$, $V = \max(X,Y)$. Wyznaczyć $\mathbb{E}(U|V)$ oraz $\mathbb{E}(\sin(U)|V)$.

5. Zmienna losowa (X,Y) ma standardowy dwuwymiarowy rozkład normalny. Znaleźć $\mathbb{E}(X+2Y|X)$ oraz $\mathbb{E}(X|X+2Y)$.

6. Rzucamy n razy symetryczną monetą, $n \geqslant 10$. Niech S oznacza łączną liczbę orłów, a X — liczbę orłów w pierwszych 10 rzutach. Wyznaczyć $\mathbb{E}(S|X)$.