

4. Rzucamy kostką do gry aż wyrzucimy dwie szóstki pod rząd. Jaka jest szansa, że wcześniej nie wyrzuciliśmy pod rząd jedynki i szóstki bądź szóstki i jedynki?
5. Rzucamy monetą aż do wyrzucenia serii czterech orłów pod rząd. Oblicz wartość oczekiwaną liczby rzutów.
6. Rzucamy kostką do momentu, kiedy pojawi się trójka oraz parzysta liczba oczek (niekoniecznie w tej kolejności i niekoniecznie pod rząd). Oblicz wartość oczekiwaną liczby wykonanych rzutów.
7. Po wierzchołkach pięciokąta  $ABCDE$  porusza się pionek. Startuje z  $A$  i w każdym ruchu przesuwa się w sposób niezależny od poprzednich ruchów z prawdopodobieństwem  $1/2$  do jednego z sąsiednich wierzchołków. Oblicz
  - (a) prawdopodobieństwo, że pionek powróci do  $A$  przed dotarciem do  $C$ ;
  - (b) wartość oczekiwaną liczby ruchów, jakie pionek wykona przed powrotem do  $A$ .
8. Po wierzchołkach sześcianu  $ABCD A' B' C' D'$  porusza się pionek. W chwili początkowej pionek znajduje się w wierzchołku  $A$ , a w każdym kolejnym ruchu przesuwa się w sposób niezależny od poprzednich ruchów z prawdopodobieństwem  $1/3$  do jednego z sąsiednich wierzchołków sześcianu. Oblicz wartość oczekiwaną liczby ruchów, po których pionek dotrze do wierzchołka  $C'$ .
9. Po polach szachownicy  $3 \times 3$  porusza się król szachowy, w każdym ruchu przesuując się na jedno z pól graniczące bokiem lub rogami z tym, na którym aktualnie się znajduje. Wybór każdego z dostępnych pól jest jednakowo prawdopodobny i niezależny od poprzednich wyborów. Początkowo król znajduje się w lewym dolnym rogu. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że król odwiedzi prawe górne pole wcześniej niż pole centralne.
10. Rozważmy następujące błądzenie po zbiorze  $\{1, 2, \dots, n\}$ , gdzie  $n \geq 1$  jest ustaloną liczbą całkowitą. W chwili początkowej znajdujemy się w  $1$ ; następnie, jeśli w danej chwili jesteśmy w  $k$ , to w następnym ruchu przeskakujemy do jednej z liczb  $\{k + 1, k + 2, \dots, n\}$ , do każdej z jednakowym prawdopodobieństwem. Błądzenie kończy się w momencie dotarcia do  $n$ . Oblicz średni czas trwania błądzenia.