Zadania z MNRP — seria 8
21.05.2015

1. Średnia liczba błędów na pojedynczej stronie skryptu wynosi 0,2. Wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że na następnej stronie będą co najmniej 2 błędy.

2. W 100 torebkach cukru umieszczono 200 oznakowanych kryształków. Wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że ustalona torebka zawiera co najmniej trzy oznakowane kryształki.

3. 100 osób zgłosiło się do kliniki na badanie na obecność pewnej choroby. Prawdopodobieństwo tego, że dana osoba jest chora, wynosi 0,1. W celu zaoszczędzenia na badaniach, zgłaszających się podzielono na 10 grup po dziesięć osób. W obrębie każdej grupy pobrano materiał do badań od każdej z osób; następnie zmieszano i przeprowadzono badanie. Jeśli wynik jest negatywny, wszystkie dziesięć osób z grupy nie cierpi na chorobę; jeśli natomiast wynik jest pozytywny, przeprowadza się dodatkowe 10 badań, dla każdej osoby. Niech X oznacza liczbę przeprowadzonych badań. Obliczyć $\mathbb{E}X$.

4. Na terytorium Polski odnotowuje się średnio 3 poważne pożary lasów w ciągu lipca. Wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że
   (a) w następnym lipcu nie będzie pożarów;
   (b) w następnym lipcu będzie parzysta liczba pożarów.

5. W pojemniku znajdują się dwie monety: na pierwszej orzeł wypada z prawdopodobieństwem 0,6, na drugiej — z prawdopodobieństwem 0,3. Losujemy monetę i wykonujemy nią rzut. Możemy postawić x zł $(0 \leqslant x \leqslant 10)$ na to, że wypadnie orzeł; w przypadku gdy tak się stanie, zyskujemy x zł, w przeciwnym razie tracimy x zł.
   (a) Jaka jest wartość oczekiwana wygranej? Jaka jest optymalna strategia?
   (b) Załóżmy, że za dodatkowe $c \geqslant 0$ zł możemy kupić informację która moneta została wylosowana, a następnie na tej podstawie tej informacji możemy wybrać wysokość stawki. Dla jakich c opłaca się przyjąć tę ofertę? Jaka jest optymalna strategia?

6. Niech $k \geqslant 1$ będzie dowolną liczbą całkowitą. Gracz rzuca symetryczną monetą do momentu, kiedy po raz pierwszy liczba orłów zrówna się z liczbą reszek. Po każdym rzucie, po którym liczba orłów przekracza liczbę reszek o dokładnie k, gracz otrzymuje 1 zł. Pokaż, że wartość oczekiwana wygranej wynosi 1, niezależnie od k.