

Zadania z MNRP — seria 6  
16.04.2015

1. Osoby  $X$  i  $Y$  na przemian rzucają prawidłową kostką (zaczyna  $X$ ). Wygrywa ten gracz, która uzyska tę samą liczbę oczek co drugi gracz w poprzednim rzucie. Oblicz prawdopodobieństwo wygranej gracza  $X$ .
2. Dwaj gracze  $X$  i  $Y$  grają w grę składającą się z ciągu niezależnych losowań. Każde z losowań wygrywa  $X$  z prawdopodobieństwem  $p$  i gra kończy się w momencie, gdy liczba wygranych jednego z graczy jest o 2 większa od liczby wygranych przeciwnika. Oblicz prawdopodobieństwo wygranej gracza  $X$ .
3. Wykonujemy ciąg rzutów parą kości i po każdym rzucie patrzymy na sumę wyrzuconych oczek. Jaka jest szansa otrzymania dwóch siódemek przed sześcioma wynikami parzystymi?
4. (Zadanie Banacha o zapalniczkach) Pewien matematyk nosi w kieszeniach (lewej i prawej) po jednym pudełku zapalniczek. Ilekroć chce zapalić papierosa, sięga do losowo wybranej kieszeni. Jaka jest szansa, że gdy po raz pierwszy wyciągnie puste pudełko, w drugim będzie dokładnie  $k$  zapalniczek ( $k = 0, 1, \dots, m$ , gdzie  $m$  jest liczbą zapalniczek w pełnym pudełku; zakładamy, że na początku oba pudełka są pełne).
5. Z urny zawierającej 4 kule ponumerowane liczbami od 1 do 4 losujemy ze zwracaniem 10 razy po jednej kuli.
  - (a) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wylosowaliśmy jedną jedynekę, dwie dwójki, trzy trójki i cztery czwórki.
  - (b) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że kula z numerem 4 pojawi się więcej razy niż kula z numerem 3.
  - (c) Jaka jest najbardziej prawdopodobna liczba losowań, w których uzyskano jedynekę?