

Metodyka nauczania rachunku prawdopodobieństwa
Zadania na trzecią kartkówkę

1. W urnie jest 20 kul białych i 80 czarnych. Wyciągamy z urny 40 kul, wśród których X jest koloru białego, a Y — czarnego. Wyznacz rozkład zmiennej losowej X . Oblicz $\mathbb{E}X$, $\mathbb{E}Y$ oraz $\text{Cov}(X, Y)$.
2. Rozmieszczamy n kul w n pudełkach ponumerowanych liczbami $1, 2, \dots, n$ w następujący sposób: pierwszą kulę umieszczamy w pudełku numer 1, drugą — w losowo wybranym pudełku spośród pudełek 1 i 2, trzecią — w losowo wybranym pudełku spośród pudełek 1, 2 i 3, itd., k -tą ($1 \leq k \leq n$) — w losowo wybranym pudełku spośród pudełek $1, 2, \dots, k$. Niech X oznacza liczbę pustych pudełek. Oblicz $\mathbb{E}X$.
3. Grupa n kobiet i n mężczyzn ($n \geq 2$) została losowo usadzona przy okrągłym stole. Oblicz wartość oczekiwaną liczby mężczyzn, obok których z lewej lub/i z prawej strony siedzi kobieta.
4. W urnie jest b kul białych i c kul czarnych. Wyciągamy kolejno wszystkie kule z urny i liczymy serie pojawiania się kul białych. Na przykład, jeśli $b = 6$ i $c = 5$ i kolejność wyciągania kul to CBCBCCBBBC, wówczas liczba serii kul białych wynosi 3. Oblicz wartość oczekiwaną liczby takich serii.
5. Mamy dziesięć pudełek i 400 kul. Każda kula, niezależnie od pozostałych, z prawdopodobieństwem $\frac{9}{10}$ jest bezpowrotnie odrzucana, a z prawdopodobieństwem $\frac{1}{10}$ umieszczana jest w losowo wybranym pudełku. Podaj przybliżone prawdopodobieństwo tego, że ustalone pudełko będzie puste, jak również przybliżenie średniej liczby pustych pudełek.