Metodyka nauczania rachunku prawdopodobieństwa

Zadania na drugą kartkówkę

1. Z talii 52 kart losujemy 5 kart bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo, że otrzymaliśmy co najmniej cztery figury (figury to walet, dama, król i as), jeśli wiadomo, że mamy asa i nie mamy żadnych kierów.

2. Rozważmy 3 urny: A, B i C. Urna A zawiera 2 kule białe i 4 czarne, urna B — 8 kul białych i 4 czarne, urna C — 1 kulę białą i 3 czarne. Wybieramy po jednej kuli z każdej urny. Jaka jest szansa, że z urny A wylosowaliśmy kulę białą, jeśli wśród trzech wyciągniętych kul są dwie białe i jedna czarna?

3. W urnie I znajdują się trzy kule białe i dwie czarne, zaś w urnie II — dwie kule białe i trzy czarne. Losujemy kulę z urny I i albo wrzucamy ją z powrotem albo przekładamy do urny II (każda z tych dwóch możliwości jest tak samo prawdopodobna). Następnie analogiczną czynność wykonujemy dla urny II. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pierwsza z wylosowanych kul była biała, jeśli wiadomo, że po dwóch losowaniach urna II zawiera dokładnie dwie białe kule?

4. W urnie znajduje się jedna kula biała i jedna kula czarna. Powtarzamy $n$ razy następującą czynność: ciągniemy kulę z urny, sprawdzamy jej kolor, a następnie zwracamy ją do urny i dokładamy jeszcze jedną kulę takiego samego koloru. W ten sposób na koniec eksperymentu urna może zawierać od 1 do n+1 kul białych. Udowodnij, że każda liczebność kul białych w urnie jest jednakowo prawdopodobna (czyli prawdopodobieństwo znalezienia zadanej liczby kul białych wynosi $\frac{1}{n+1}$).

5. Do przedszkola przychodzi $n$ dzieci, z których każde ma w szatni swoją szafkę. Jasio przychodzi pierwszy, ale jeszcze nie umie rozpoznawać, która szafka należy do niego, więc zajmuje jedną z szafek na chybił-trafił. Po Jasiu przychodzą kolejne dzieci i każde z nich zajmuje swoją szafkę, o ile jest wolna, w przeciwnym razie wybierają jedną z pozostałych wolnych. Ostatni do przedszkola przychodzi Staś. Pokaż, że szansa tego, iż jego szafka jest wolna, wynosi 1/2.

6. Do pewnej marki gum do żucia dołączane są obrazki aut. Różnych obrazków jest $n$ i obrazki wszystkich rodzajów występują jednakowo często. Jaś chce uzbierać kolekcję wszystkich rodzajów obrazków. Czasami zdarza się tak, że kupując dwie kolejne gumy, Jaś znajduje w nich dwa nowe rodzaje obrazków do swojej kolekcji. Jeśli w ten sposób znajduje $k$-ty i $(k+1)$-wszy rodzaj obrazka (przez co powiększa swoją kolekcję z $k-1$ rodzajów obrazków o dwa nowe), to powiemy, że zaszło zdarzenie $A_k$ $(k = 1, 2, \ldots, n-1)$. Zbadaj niezależność zdarzeń $A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}$.

7. Dwóch graczy A i B rzuca na zamianę kostką do gry, przy czym zaczyna A. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że pierwszą szóstkę wyrzuci A i drugą szóstkę wyrzuci B.

8. Trzech strzelców A, B i C strzelają kolejno do celu (w kolejności ABCABC...). Szansa trafienia w cel w pojedynczym strzale dla strzelców A, B i C wynosi odpowiednio $p$, $q$ i $r$. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że pierwszym, który trafi w cel, jest B.