

Metodyka nauczania rachunku prawdopodobieństwa
Zadania na pierwszą kartkówkę

1. Ile 4-elementowych podzbiorów zbioru $\{1, 2, \dots, 20\}$ zawiera przynajmniej jeden element spośród $\{1, 2, 3, 4, 5\}$?
2. Wybieramy podzbiór zbioru $\{1, 2, \dots, 200\}$ tak, aby zawierał tyle samo liczb parzystych co nieparzystych. Na ile sposobów możemy to zrobić?
3. Pokazać, że dla dowolnych liczb całkowitych n i k zachodzi

$$\binom{n}{0}\binom{n}{k} - \binom{n}{1}\binom{n-1}{k-1} + \binom{n}{2}\binom{n-2}{k-2} - \dots + (-1)^k \binom{n}{k}\binom{n-k}{0} = 0.$$

4. Rozmieszczamy r nierozróżnialnych kul w n ponumerowanych komórkach. Ile jest rozmieszczeń, dla których dokładnie m ($m \leq n$) komórek będzie pustych?
5. Wyznacz liczbę ciągów (a_1, a_2, \dots, a_n) o wyrazach ze zbioru $\{0, 1, 2\}$ spełniających warunek $|a_k - a_{k-1}| \leq 1$ dla $k = 2, 3, \dots, n$. (Wsk.: napisz równanie rekurencyjne.)
6. Dwunastu podróżnych wsiada losowo do trzech wagonów. Znajdź prawdopodobieństwo tego, że
 - (a) do każdego wagonu wsiądzie czterech podróżnych;
 - (b) żaden wagon nie będzie pusty.
7. Rzucamy 10 razy prawidłową monetą.
 - (a) Wyznacz prawdopodobieństwo tego, że wypadło tyle samo orłów co reszek.
 - (b) Wyznacz prawdopodobieństwo tego, że wypadło tyle samo orłów co reszek, przy czym liczba orłów i reszek zównały się (między innymi) także po czwartym i po ósmym rzucie.
 - (c) Wyznacz prawdopodobieństwo tego, że wypadło tyle samo orłów co reszek, przy czym liczba orłów i reszek wcześniej zównały się tylko raz, po szóstym rzucie.
8. Spośród wszystkich 2^n podzbiorów zbioru $\{1, 2, \dots, n\}$ losujemy kolejno ze zwracaniem trzy zbiory A, B, C (za każdym razem wylosowanie każdego spośród 2^n podzbiorów jest jednakowo prawdopodobne). Wyznacz prawdopodobieństwo, że zbiór $A \cap B \cap C$ zawiera dokładnie k elementów ($k \leq n$).