

Metodyka nauczania rachunku prawdopodobieństwa  
Egzamin, 27 czerwca 2015 r.

1. (7 pkt) Z talii 52 kart losujemy 4 karty bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo, że otrzymaliśmy po jednej karcie każdego koloru, jeśli wiadomo, że każda z otrzymanych kart jest innego starszeństwa.
2. (7 pkt) W książce liczącej 300 stron znalazło się 100 błędów drukarskich. Podaj przybliżenie prawdopodobieństwa tego, że na wybranej stronie znajduje się więcej niż jeden błąd.
3. (8 pkt) Z potasowanej talii 52 kart odkrywamy kolejne karty aż do odkrycia pierwszego asa. Niech  $X$  oznacza liczbę odkrytych kart. Wyznacz rozkład zmiennej  $X$ .
4. (10 pkt + 5(\*) pkt) Mamy  $n$  kul, które w sposób losowy rozmieszczamy w 10 pudełkach. Niech  $X$  oznacza liczbę pustych pudełek, zaś  $Y$  — liczbę pudełek, w których znalazła się dokładnie jedna kula.
  - Oblicz  $\mathbb{E}X$  oraz  $\text{Var}X$ .
  - Oblicz  $\mathbb{E}Y$ .
  - (\*) Oblicz  $\text{Var}Y$  oraz  $\text{Var}(X + Y)$ .
5. (10 pkt) W urnie znajduje się  $n$  kul białych i  $n$  kul czarnych. Wyciągamy (bez zwracania) po parze kul, aż do opróżnienia urny. Niech  $X$  oznacza liczbę wyciągniętych par kul jednakowego koloru. Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej  $X$ .
6. (8 pkt) Mamy dwie urny, A i B, oraz pięć kul ponumerowanych liczbami 1, 2, 3, 4, 5. Początkowo w urnie A znajdują się kule o numerach 1, 2, zaś w urnie B — pozostałe kule. Rzucamy kostką do gry i przenosimy z jednej urny do drugiej kulę o numerze równym liczbie oczek jaka wypadła, przy czym jeśli wypadła szóstka, nie robimy nic. Czynność tę powtarzamy do momentu, gdy jedna z urn będzie pusta. Oblicz wartość oczekiwaną liczby rzutów kostką, jakie wykonamy w ramach tego eksperymentu.