

## Statystyka II Mat. Egzamin pisemny

1. Niech  $X, Y$  będą zmiennymi losowymi oraz  $f$  - funkcją mierzalną  $X$ . Udowodnij, że  $\text{cor}^2(Y, f(X))$  osiąga maksimum dla  $f = E(Y/X)$ .
2. Udowodnij tw. Fishera: jeśli  $X_1, \dots, X_n$  iid  $\sim N(0, \sigma^2)$ , to  $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ , gdzie
$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 .$$
3. Wyprowadź wzór na pierwszy wektor kanoniczny (kierunek najsilniej dyskryminujący podpopulacje).
4. Podaj algorytm  $k$ -średnich i metodę wyboru  $k$  za pomocą wykresu separowalności.
5. Podaj model (równanie) regresji logistycznej dla  $K$ -klas oraz kryterium optymalizacyjne dla wyboru współczynników modelu.