
Kombinatoryka – powtórzenie

1. Każde pole tabeli o 3 wierszach i 10 kolumnach kolorujemy jednym z 10 kolorów. Ile jest pokolorowań tabeli takich, że
 - (a) wszystkie pola w każdym wierszu są różnych kolorów?
 - (b) wszystkie pola w każdej kolumnie są różnych kolorów?
2. Oblicz, na ile sposobów można zapisać w jednym rzędzie cyfry 0, 1, 2, ..., 9 tak, aby
 - (a) 0 i 1 występowały obok siebie,
 - (b) 0 i 1 nie występowały obok siebie,
 - (c) 0, 1 i 2 nie występowały obok siebie,
 - (d) ani 0 i 1, ani 8 i 9 nie występowały obok siebie.
3. Na ile sposobów można wybrać 4 uczniów z 2 klas liczących 29 osób tak, aby z każdej klasy został wybrany przynajmniej jeden uczeń?
4. Na ile sposobów można 28 osobową klasę podzielić na 7 - osobowe drużyny oznaczone kolorami niebieskim, zielonym, czerwonym i żółtym?
5. Ile jest ciągów składających się z
 - (a) m zer i n jedynek,
 - (b) k zer, l jedynek i m dwójek.
6. Z talii 52 kart wyjęto 10 kart. W ilu przypadkach wśród tych kart znajdują się
 - (a) co najmniej jeden as,
 - (b) dokładnie jeden as,
 - (c) co najmniej dwa asy,
 - (d) dokładnie dwa asy.
7. Na ile sposobów można przestawić litery w słowie

L O K O M O T Y W A

tak, aby żadne dwie litery „O” nie stały obok siebie?

8. Wyznacz liczbę ciągów (a, b, c, d) takich, że $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ oraz

$$3a + 3b + 3c + d = 300.$$

9. Niech $n \in \mathbb{N}$. Wyznacz liczbę ciągów długości n o wyrazach ze zbioru $\{0, 1, 2, 3\}$, w których liczba 0 występuje (a) parzystą, (b) nieparzystą ilość razy.

10. Niech $n \in \mathbb{N}$. Oblicz sumę

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{(n-k)!(n+k)!}$$

11. Niech $n \in \mathbb{N}$. Oblicz sumę

$$\sum_{k=0}^{n-1} \binom{2n}{2k+1} 2^k.$$

12. Niech $m, r \in \mathbb{N}$, $m > r$. Udowodnij tożsamość

$$\sum_{k=r}^m \binom{m}{k} \binom{k}{r} (-1)^k = 0.$$