

Egzamin ze złożoności obliczeniowej, 30 sierpnia 2017

Zadania

Rozwiązania zadań 1,2,3 proszę pisać na oddzielnych, czytelnie podpisanych kartkach.

1. Udowodnij, że następujący problem jest zupełny w klasie **PSPACE** ze względu na redukcje w pamięci logarytmicznej:

Wejście: kod niedeterministycznej maszyny M , słowo w nad alfabetem $\{0, 1\}$, słowo postaci 1^n .

Pytanie: Czy M akceptuje w w pamięci n ?

2. Język L nazwiemy *skrajnym*, jeśli istnieje wielomian $p(n)$ taki, że dla każdego $n \in \mathbb{N}$ zachodzi

$$\min(|\{w \in L : |w| = n\}|, |\{w \notin L : |w| = n\}|) \leq p(n).$$

Udowodnij, że każdy skrajny język nad alfabetem $\{0, 1\}$ należy do (niejednorodnej) klasy $\mathbf{AC}^0$.

Czy zachodzi stwierdzenie odwrotne, tzn. czy wszystkie języki w klasie $\mathbf{AC}^0$ są skrajne?

3. Klasę **BPL** definiujemy podobnie jak klasę **BPP** z dodatkowym ograniczeniem, że pamięć robocza używana przez maszynę jest ograniczona przez $\mathcal{O}(\log n)$.

Dokładniej, język L należy do **BPL** jeśli istnieje probabilistyczna maszyna Turinga M , która

- wykorzystuje dodatkową taśmę jednokrotnego odczytu (głowica przesuwa się tylko w prawo) zawierającą bity losowe,
- M używa pamięci logarytmicznej,
- dla każdego $w \in L$, maszyna M akceptuje w z prawdopodobieństwem większym lub równym $\frac{3}{4}$,
- dla każdego $w \notin L$, maszyna M akceptuje w z prawdopodobieństwem mniejszym niż $\frac{1}{4}$.

(Zauważmy, że długość ciągu bitów losowych nie jest ograniczona logarytmicznie.)

Udowodnij, że klasa **BPL** zawarta jest w **P**.

.....
imię, nazwisko, nr indeksu

Dla każdego pytania udziel odpowiedzi: TAK, NIE lub NIE WIADOMO. Trzecią możliwość należy rozumieć jako stwierdzenie, że obecny stan wiedzy w teorii złożoności dopuszcza obie możliwości. Każde pytanie jest warte 1 punkt; nie ma punktów ujemnych za błędną odpowiedź. Należy założyć, że definicja trudności i zupełności korzysta z redukcji w pamięci logarytmicznej.

1. Jeśli $L_1 \in \mathbf{NP}$ oraz $L_2 \in \mathbf{coNP}$, to $L_1 \cup L_2 \in \mathbf{NP} \cup \mathbf{coNP}$.

.....

2. Istnieje algorytm rozstrzygający następujący problem: Czy dana maszyna Turinga M działa w pamięci ograniczonej przez funkcję stałą ?

.....

3. Istnieje problem $\mathbf{PSPACE}$ -zupełny należący do klasy $\mathbf{DSpace}(n)$.

.....

4. Istnieje problem $\mathbf{NP}$ -zupełny będący językiem regularnym.

.....

5. $\mathbf{BPP} \cap \mathbf{coBPP} \subseteq \mathbf{NP}$.

.....

6. $\mathbf{CFL} \cup \mathbf{co-CFL} \subseteq \mathbf{DSpace}(n^2)$ (gdzie $\mathbf{CFL}$ jest klasą języków bezkontekstowych).

.....

7. $\mathbf{DSpace}(n)$ jest ostro zawarte w $\mathbf{DTIME}(n^n)$.

.....

8. Istnieje nierozstrzygalny język nad alfabetem jednoliterowym, należący do klasy $\mathbf{P/poly}$.

.....

9. $\mathbf{IP} \subseteq \mathbf{coNPSPACE}$.

.....

10. $\mathbf{AC}^k = \mathbf{NC}^{k+1}$ dla każdego $k \geq 0$.

.....