

# Matematyka dyskretna

## Zadania domowe na 20 maja 2014 r.

Oznaczenia:  $V$  to liczba wierzchołków,  $E$  to liczba krawędzi,  $F$  to liczba ścian w prostym spójnym grafie planarnym. Wszystkie grafy w poniższych zadaniach są jak powyżej.

**Zadanie 1.** Wykaż, że w grafie planarnym zachodzi nierówność  $E \leq 3V - 6$

**Zadanie 2.** Niech  $k$  będzie najmniejszą liczbą krawędzi ścian wielościanu wypukłego. Wykaż, że  $3 \leq k \leq 5$ .

**Zadanie 3** (egzamin). Wykaż, że każdy graf planarny o co najmniej 3 wierzchołkach ma co najmniej 3 wierzchołki stopnia co najwyżej 5

**Zadanie 4** (egzamin). Dany jest wielościan wypukły, który ma co najmniej jedną ścianę 10-kątną, a z każdego jego wierzchołka wychodzą przynajmniej 4 krawędzie. Udowodnij, że wielościan ten ma co najmniej 14 ścian trójkątnych

**Zadanie 5** (egzamin). Graf spójny płaski ma tylko ściany trójkątne, czworokątne lub pięciokątne; stopień każdego wierzchołka jest równy 5. Niech  $F_m$  dla  $m \geq 3$  oznacza liczbę ścian  $m$ -kątnych. Udowodnij, że w tym grafie zachodzi równość

$$F_3 = 2F_4 + 4F_5 + 20.$$

### Zadania dodatkowe

**Zadanie 6.** Wykorzystując zadanie 2 udowodnij, że istnieje 5 brył platońskich.