Teoria złożoności. Zadania — 2. seria.

18 sierpnia 2005

Termin rozwiązania: 10 września 2005

Zadania

1. (2 pt.) Udowodnić, że następujące dwa problemy są zupełne w *PSPACE* ze względu na redukcje w czasie wielomianowym.

   (a) Dane wyrażenie regularne α; czy $L(\alpha) = \Sigma^*$?

   (b) Dane wyrażenia regularne $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ (k nieograniczone); czy $L(\alpha_1) \cap \ldots \cap L(\alpha_k) \neq \emptyset$?

   Co można powiedzieć, jeśli k jest ustalone ?

2. (1 pt.) Dowieść, że problem 2-CNF SAT jest w klasie NL.

3. (1.5 pt.) Dowieść, że dla dowolnego ustalonego k, problem spełnialności formuł logicznych z k zmiennymi (w dowolnej postaci) jest w klasie L.

4. (2 pt.) Zakładamy, że niedeterministyczna maszyna Turinga z k taśmami rozpoznaje język L w czasie $T(n)$. Skonstruować niedeterministyczną maszynę Turinga z *dwiema* taśmami rozpoznającą język L w tym samym czasie $T(n)$.

5. (3 pt.) Dowieść, że język palindromów nie może być rozpoznany przez deterministyczną maszynę Turinga działającą w pamięci $S(n)$, gdzie $\lim_{n\to\infty} \frac{S(n)}{\log n} = 0$.

Problemy

1. *(M. Sipser)* Określamy nieskończony obwód logiczny podobnie jak skończony, z tym że dopuszczamy przeliczalnie wiele bramek wejściowych $x_0, x_1, \ldots$ i tyleż samo bramek zanegowanych $\bar{x}_0, \bar{x}_1, \ldots$ Bramki *or* i *and* mogą mieć nieskończenie, ale **przeliczalnie** wiele wejść.

   Taki obwód oblicza funkcję $f : \{0,1\}^\omega \to \{0,1\}$. Podobnie, jak w przypadku skończonym, *głębokością* obwodu jest supremum długości ścieżek od bramki wejściowej do bramki wyjściowej.

   Nieskończoną funkcją parzystości nazywamy dowolną funkcję $par : \{0,1\}^\omega \to \{0,1\}$ taką, że zmiana jedego bitu argumentu powoduje zmianę wartości funkcji.

   (a) Dowieść, że istnieje $2^{continuum}$ takich funkcji. (W przypadku skończonym są tylko dwie takie funkcje.)

   (b) Dowieść, że żadna nieskończona funkcją parzystości nie jest obliczana przez obwód o skończonej głębokości.

2. Problem CNF–SAT, jeśli dodatkowo zakładamy, że każda zmienna występuje co najwyżej dwa razy, jest w P (zadanie 6 z 1. serii). Rozstrzygnąć, czy ten problem jest P-trudny, czy też może jest w L lub NL.