

Zadanie domowe 1.

Termin rozwiązania: 2 kwietnia, godz. 23:59.

Założmy, że maszyna Turinga M dla słowa wejściowego 1^n oblicza kod obwodu C_n o n zmiennych, używając przy tym $\mathcal{O}(\log n)$ pamięci na taśmach roboczych. Założmy ponadto, że obwód C_n jest *formułą Boolowską*, tzn. bramki *Or* i *And* mają stopień wyjścia (*fan-out*) co najwyżej 1. (Ograniczenie to nie dotyczy bramek wejściowych i ich negacji.)

Udowodnij, że wówczas język rozpoznawany przez ciąg obwodów $(C_n)_{n \in \mathbb{N}}$, tzn.

$$\{w \in (0 + 1)^* : C_{|w|}(w) = \mathbf{1}\}$$

jest w klasie złożoności L .

Uwaga. Zakładamy, że powyższa maszyna M jest typu *off-line* i oprócz taśmy wejściowej posiada *taśmę wyjściową*, na której może wpisywać symbole do pustych klatek taśmy i przesuwając głowicę jedynie w prawo. Ograniczenie pamięci dotyczy wyłącznie taśm roboczych; w szczególności rozmiar obwodu C_n nie podlega temu ograniczeniu. Kod obwodu należy rozumieć tak, jak na wykładzie; identyfikatory bramek można sobie dobrać dowolnie w granicach rozmiaru $\mathcal{O}(\log n)$.

Wskazówka. Udowodnij najpierw, że ewaluacja formuł Boolowskich może być dokonana w pamięci logarytmicznej.