Języki, Automaty i Obliczenia

Zadania z gwiazdką

3 listopada 2004

Termin rozwiązania: 15 grudnia 2004

1. (0.75 p.) Skonstruować nieskończony ciąg liter nad alfabetem $\{a, b, c\}$ nie zawierający żadnego kwadratu, tj. podsłowa postaci ww, $w \neq \epsilon$.

2. (0.75 p.) Zaprojektować algorytm, który dla danego automatu deterministycznego o n stanach, działającego nad alfabetem Σ, znajduje równoważny automat minimalny w czasie $\mathcal{O}(|\Sigma| n \log n)$.

   Uwaga. Można posłużyć się szkicem Algorytmu Hopcrofta zawartym w 2 odcinku notatek, ale należy wykazać poprawność algorytmu i ściśle oszacować jego złożoność.

3. (0.5 p.) Język L nazwiemy *definitywnym* jeśli istnieje takie k, że przynależność dowolnego słowa do języka L zależy tylko od jego k pierwszych liter. Oczywiście każdy język definitywny jest regularny, ale nie na odwrót.

   Zaprojektować algorytm, który dla dowolnego deterministycznego automatu A rozstrzyga, czy $L(A)$ jest definitywny w czasie wielomianowym względem rozmiaru A.

4. (0.5 p.) Rozważamy wyrażenia Boole'owskie zbudowane ze stałych $0, 1$, nawiasów (,) i operacji $\wedge$ i $\vee$, z oczywistą semantyką. Czy istnieje automat skończony nad alfabetem $\{0, 1, (,), \wedge, \vee\}$ który, po przeczytaniu takiego wyrażenia Boole'owskiego przyjmuje stan akceptujący wtedy i tylko wtedy, gdy wyrażenie ma wartość 1 ?

   Uwaga. Nie żądamy, by automat rozpoznawał również strukturę wyrażeń; tzn. nasz automat może również akceptować wiele słów nie będących wyrażeniami Boole'owskimi (jak np.)))1$\vee$).

5. (1 p.) Mówimy, że słowo w *synchronizuje*[1] stany automatu deterministycznego, jeśli istnieje taki stan q_0, że startując z dowolnego stanu i czytając słowo w, automat dojdzie zawsze do stanu q_0, tzn. $(\forall q \in Q)\, q \xrightarrow{w} q_0$.

   Znaleźć *najkrótsze* słowo synchronizujące dla automatu nad alfabetem $\{a, b\}$ o zbiorze stanów $\{0, 1, \ldots, k-1\}$ i funkcji przejścia

   $i \xrightarrow{a} i+1 \pmod{k}$ dla $i = 0, 1, \ldots, k-1$
   $i \xrightarrow{b} i$ dla i = 0,1, ..., k-2
   $k-1 \xrightarrow{b} 0$.

[1]Por. *Dynamiczny zbiór zadań ...*, seria 1, punkt *Algorytmy i złożoność.*