Problemy teorii złożoności — Zadania

Damian Niwiński

Styczeń 2003

1. Załóżmy, że mamy ustaloną pewną skończoną algebrę A nad skończoną sygnaturą Σ (w sensie wykładu z Logiki) i każdy element A jest wartością pewnej stałej z Σ. Skonstruować algorytm, który dla zadanego termu (bez zmiennych) znajduje jego wartość w A, tzn. redukuje go do właściwej stałej. Algorytm powinien być deterministyczny i działać w pamięci *logarytmicznej* względem długości termu.

2. Udowodnić, że ograniczenie problemu *CNF SAT* do formuł, w których każda zmienna może wystąpić w formule co najwyżej *dwukrotnie* jest w **P**.

3. Udowodnić, że problem znajdowania wartości logicznej obwodu logicznego bez zmiennych pozostaje **P**-zupełny, jeśli ograniczymy się do obwodów, które można narysować jako grafy planarne. *Uwaga:* Można używać bramki *not* (a nawet trzeba).

4. Udowodnić, że **L**-jednorodne NC^1 jest zawarte w **L** (= *pamięć logarytmiczna*).

   Dokładniej, zakładamy, że dysponujemy deterministyczną maszyną Turinga, która dla danego ciągu jedynek 1^n generuje obwód logiczny $C_n(x_1, \dots, x_n)$ (tzn. kod tego obwodu) o $n^{\mathcal{O}(1)}$ bramkach i głębokości $\mathcal{O}(\log n)$; co więcej, nasza maszyna zużywa $\mathcal{O}(\log n)$ pamięci roboczej (do której nie wlicza się rozmiaru wyjścia $|C_n|$). Należy udowodnić, że język rozpoznawany przez ciąg obwodów $(C_n)_{n<\omega}$ jest w klasie **L**.

5. Udowodnić, że alternujące maszyny Turinga ze stałą pamięcią (czyli alternujące dwukierunkowe automaty skończone) rozpoznają jedynie języki regularne.

6. Znaleźć optymalny czas, w jakim maszyna Turinga z *jedną taśmą* może rozpoznać język $\{a^n b^n : n < \omega\}$.

7. Udowodnić, że języki rozpoznawane w czasie wielomianowym przez dowody interakcyjne z *dwoma* Proverami są w klasie NEXPTIME (= klasa języków rozpoznawanych przez *niedeterministyczną* maszynę Turinga w czasie $2^{n^{\mathcal{O}(1)}}$).

   Uwaga. Inkluzja odwrotna jest również prawdziwa.