Egzamin z Teorii informacji. Teoria

10 lutego 2017

Odpowiedzi proszę wpisywać **na tej kartce**. *Uzasanienia są wymagane tylko tam, gdzie jest to zaznaczone.*

1. Dla każdego przypadku napisz, czy zbiór słów tworzy kod bezprefiksowy / kod, który nie jest bezprefiksowy / nie tworzy kodu:

   a) {00, 0100, 0102, 0112, 11, 12, 2} **kod bezprefiksowy**

   b) {00, 0010, 0102, 0112, 11, 12, 2} **kod**

   c) {00, 0010, 0101, 0111, 1} **nie kod**

   d) {00, 0010, 010, 0111, 1, 100011} **nie kod**

2. Dla każdego przypadku napisz ile błędów wykrywa oraz ile poprawia dany kod blokowy:

   a) $R_4 = \{0000, 1111\}$ **wykrywa 3, poprawia 1**

   b) $\{011010, 010100, 111101, 000001\}$ **wykrywa 2, poprawia 1**

3. Dla każdego przypadku napisz jakie zależności zachodzą pomiędzy danymi wielkościami (jeżeli w ogólności nie zachodzi żadna zależność, to proszę tak napisać):

   a) $H(X,Y) \quad \bowtie \quad H(X) + H(X|Y)$

   b) $I((X,Z);Y) + I(X;Z|Y) \quad \leq \quad H(X,Z)$

   c) $H(X) \quad \leq \quad EK_U(X)$

   gdzie X jest zmienną losową przyjmującą wartości w $\{0,1\}^n$, a K_U oznacza bezprefiksową złożoność Kołmogorowa,

   d) $H(A) \quad \bowtie \quad H(B)$

   gdzie A i B są zmiennymi wejścia–wyjścia dla pewnego kanału.

4. Czy dla pewnej bezprefiksowej maszyny uniwersalnej U stała Chaitina Ω_U może wynosić $\sqrt{2} - 1$? Krótko uzasadnij.

   Nie. Istnieje maszyna Turinga, która dla danego n generuje n-ty prefiks binarnego rozwinięcia $\sqrt{2}$. Gdyby była taka maszyna dla stałej Chaitina Ω, można by w skończonym czasie rozstrzygać problem stopu, co jest niemożliwe.

5. Dla kanału

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

   i rozkładu wejściowego $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$, podać, jak działa reguła idealnego obserwatora, a jak reguła maksymalnego podobieństwa (ang. *maximal likelihood rule*).

Przyjmując, że alfabet jest $\{a, b, c\}$, mamy

$$\begin{array}{rclcrcl} \Delta_o(a) & = & b & \quad & \Delta_{\max}(a) & = & a \\ \Delta_o(b) & = & c & & \Delta_{\max}(b) & = & c \\ \Delta_o(c) & = & b & & \Delta_{\max}(c) & = & b \end{array}$$