

Propozycje prac licencjackich

Piotr Rybka, Mikołaj Sierżega, Anna Zatorska-Goldstein

Temat 1: Tożsamość Derricka-Pohozaeva

W 1964 roku w artykule *Comments on Nonlinear Wave Equations as Models for Elementary Particles*, Journal of Mathematical Physics 5, 1252, G. H. Derrick rozprawił się na mniej więcej połowie stony przejrzystego i prostego wariacyjnego rozumowania z, na pierwszy rzut oka, zupełnie sensownym modelem cząstek elementarnych zaproponowanym rok wcześniej przez U. Enz'a. Ogólniej tok myślenia Derrick'a posiada solidną dawkę uniwersalności i ma szerokie zastosowanie w modelowaniu opartym na zasadach wariacyjnych. Szeroko rzecz ujmując Derrick wskazał jak w języku zasady wariacyjnej wyglądają dwa podstawowe zadania, które model powinien spełniać: powinien mieć rozwiązanie i powinien być stabilny.

Metodyka zastosowana przez Derrick'a ma swoje odzwierciedlenie w tzw. tożsamościach Pohozaev'a w teorii nieistnienia rozwiązań dla klasy ważnych równań cząstkowych.

W ramach tego tematu student powinien zgłębić i opisać (na konkretnym prostym przykładzie):

- jak Enz zbudował swój model czyli konstrukcja i uzasadnienie prostego modelu fizycznego w formalizmie Lagrange'a,
- zrozumieć i klarownie wyłożyć wariacyjny argument Derricka - znaczenie drugiej wariacji dla modelowania zjawisk.
- opisać jak szczególna klasa wariacji opartych na symetriach modelu prowadzi do wniosków o nieistnieniu lub niestabilności.
- opisać jak (w uproszczonym przypadku) argument Derrick'a pociąga za sobą tożsamość Pohozaev'a.

Temat 2: Metody analizy wymiarowej

Jeszcze wcześniej bo w 1950 roku G. I. Taylor w artykule poświęconym analizie wymiarowej oszacował energię detonacji pierwszej bomby atomowej na podstawie filmu z jej wybuchu. Podstawowe rozważania dotyczące postaci praw fizycznych i ich skalowalności ujęte w formie tzw. twierdzenia π Buckingham'a pozwoliły mu uzyskać wynik różniący się od prawdziwej wartości (odtajnionej

dopiero kilka lat później) o zalewudwie 8,5%. Analiza wymiarowa jest potężnym narzędziem w arsenale fizyków i inżynierów. Jednak z matematycznego punktu widzenia założenia i sposób wnioskowania często budzą wątpliwości.

W ramach tego tematu student:

- przeanalizuje, zrozumie i krytycznie opiszze założenia i matematyczny dowód twierdzenia π Buckingham'a.
- zapozna się w szczególach z kilkoma sztandarowymi przykładami, w tym z rozumowaniem Taylor'a.
- zastosuje twierdzenie π Buckingham'a do przeprowadzenia analizy modelu własnego pomysłu inspirowanego np. przypadkiem wspomnianej bomby.

Uwaga: przeprowadzenie analizy do końca często wymaga przeprowadzenia odpowiednio przeskalowanego eksperymentu. Tak np. kluczowym fragmentem analizy Taylora były dane z wybuchów konwencjonalnych ładunków!