

Zadania przygotowawcze do kolokwium

1. Następujące układy równań sprowadź do postaci schodkowej i następnie znajdź wszystkie ich rozwiązania:

$$(a) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -6 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -12 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_4 = 4 \end{cases}$$

2. Oblicz

$$(a) \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -4 & 0 \\ -1 & 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ -1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Sprawdź, czy macierz A jest odwracalna. Jeśli tak, znajdź macierz do niej odwrotną

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 8 & 14 \end{bmatrix}$$

4. Znajdź rozkład LDU macierzy

$$(a) \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 2 & -2 \\ -3 & -6 & -5 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 9 & -3 & 6 \\ 6 & -1 & 10 \end{bmatrix}$$

5. Zastosuj metodę Gaussa-Jordana znajdowania macierzy odwrotnej do następujących macierzy:

$$(a) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} 0 & -3 & -2 \\ 1 & -4 & -2 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 6 & 3 \\ 2 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

6. Dla podanej macierzy A znajdź bazy wszystkich czterech fundamentalnych przestrzeni związanych z A . Dla podanego wektora b opisz wszystkie rozwiązania układu równań $Ax = b$

$$(a) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 7 & 7 \\ 6 & 12 & 20 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \\ 4 & 7 & 10 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 15 \\ 18 \\ 21 \end{bmatrix}$$

zadanie 6. zawiera pominięte przykłady z zadania 5. z serii 5.