

Zadania przygotowawcze do egzaminu

1. Układ równań $Ax = b$ nie ma rozwiązań. Znajdź przybliżone rozwiązanie p metodą najmniejszych kwadratów. Sprawdź, że wektor błędu $b - Ap$ jest prostopadły do kolumn macierzy A , gdzie

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

2. Niech V_1 i V_2 będą płaszczyznami wyznaczonymi odpowiednio przez wektory a_1, a_2 oraz b_1, b_2 , gdzie

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad b_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Znajdź macierz P rzutowania \mathbb{R}^3 na płaszczyznę V_1 .
 (b) Wyznacz prostą L będącą przecięciem płaszczyzn V_1 i V_2 , podając wektor l wyznaczający L .
 (c) Znajdź wektor b należący do V_2 i prostopadły do L oraz wektor a będący jego rzutem na płaszczyznę V_1 .
3. Stosując odpowiednie twierdzenie z wykładu wyznacz macierz odwrotną A^{-1} przy użyciu wyznaczników dla macierzy A

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

4. Zastosuj wzory Cramera do rozwiązania następującego układu równań

$$\begin{aligned} 3x_1 + 5x_2 + x_3 &= 5 \\ 2x_1 - 3x_3 &= -8 \\ 4x_2 + x_3 &= 0. \end{aligned}$$

5. Oblicz objętość równoległościanu wyznaczonego przez następujące cztery wierzchołki

$$(0, 0, 0), \quad (-1, 2, 2), \quad (2, -1, 2), \quad (2, 2, -1).$$

Wyznacz pozostałe wierzchołki tego wielościanu.

6. Znajdź macierz diagonalizującą S oraz postać A^k dla poniższej macierzy

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

zadanie 5. jest zadaniem 7. z serii 10.