Zadania / problemy „bonusowe" z AF XII 2017

Problem 1

Rozważamy następujące przestrzenie unormowane nad $\mathbb{C}$:

$X_1 := \ell^1(\mathbb{N})$, $X_2 := \ell^2(\mathbb{N})$, $X_3 := \ell^\infty(\mathbb{N})$, $X_4 := c$, $X_5 := c_0$.

(każda z nich ze swoją „standardową" normą – kolejno $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$ i pozostałe $\|\cdot\|_\infty$). Dla każdej pary $i<j$ ($i,j=1,\dots 5$) rozstrzygnij o:

(a) izomorficzności X_i z X_j (tu: izomorfizm to liniowa bijekcja i homeomorfizm jednocześnie)

(b) izometryczności X_i z X_j.

Problem 2

Definiujemy dwie rodziny podzbiorów płaszczyzny $\mathbb{R}^2$:

$W_0 := \{B \subset \mathbb{R}^2 : B$ – wypukły i otwarty, $B \neq \mathbb{R}^2\}$

$W_p := \{B \subset \mathbb{R}^2 : B$ jest przecięciem pewnej niepustej rodziny* otwartych półpłaszczyzn$\}$, gdzie

rodzina* oznacza taką rodzinę podzbiorów, że pomiędzy żadnymi dwoma różnymi podzbiorami z tej rodziny nie ma zawierania.

(a) Czy $W_p \subset W_0$? (b) Czy $W_0 \subset W_p$?