

Rachunek prawdopodobieństwa II
semestr zimowy 2025/2026
zadania na ćwiczenia, zestaw 1.

Michał Kotowski

Zadanie 1. Wykazać, że dla dowolnych $x_n, x \in \mathbb{R}$ mamy $\delta_{x_n} \xrightarrow{sl} \delta_x$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x_n \rightarrow x$.

Zadanie 2. Niech $X_1, X_2, \dots$ będą zmiennymi losowymi zdefiniowanymi w następujący sposób

$$\mathbb{P}(X_n = j) = \frac{2j}{n(n+1)}, \quad j = 1, \dots, n.$$

Wykazać, że ciąg X_n jest zbieżny według rozkładu i wyznaczyć jego granicę.

Zadanie 3. Niech $\text{Bin}(n, p)$ oznacza rozkład dwumianowy z parametrami n i p , a $\text{Poiss}(\lambda)$ – rozkład Poissona z parametrem λ . Wykazać, że jeśli $np_n \rightarrow \lambda$, to $\text{Bin}(n, p_n) \xrightarrow{sl} \text{Poiss}(\lambda)$.

Zadanie 4. Wykazać, że:

- (a) Jeśli $X_n \rightarrow X$ p.n., to $X_n \Rightarrow X$.
- (b) Jeśli $X_n \xrightarrow{\mathbb{P}} X$, to $X_n \Rightarrow X$.
- (c) Jeśli $X_n \Rightarrow c$, gdzie c jest stałą, to $X_n \xrightarrow{\mathbb{P}} c$.