

Rachunek prawdopodobieństwa I

semestr letni 2018/2019

zadania domowe, seria 2.

Michał Kotowski

Zadania należy rozwiązać i być gotowym do ich zreferowania na ćwiczeniach w środę **20 marca**.

Zadanie 1. W urnie mamy b kul białych i c kul czarnych. Powtarzamy n razy następującą operację: losujemy kulę z urny, następnie odkładamy ją z powrotem i dokładamy do urny a kul tego samego koloru.

(a) Obliczyć prawdopodobieństwo, że dokładnie k razy wylosowano kulę czarną.

(b) Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowanie białej kuli w n -tym losowaniu.

Zadanie 2. Rzucamy kostką do momentu wypadnięcia drugiej szóstki. Rozważmy zdarzenia $A = \{\text{gdzieś przed pierwszą szóstką wyrzuciliśmy czwórkę}\}$ i $B = \{\text{gdzieś pomiędzy pierwszą a drugą szóstką wypadła dwójka}\}$. Zbadać niezależność zdarzeń A i B .

Zadanie 3. Matematyk nosi w kieszeniach po jednym pudełku zapalek, w każdym z nich jest początkowo n zapalek. Ilekroć chce zapalić papierosa, sięga do losowo wybranej kieszeni i wyciąga jedną zapalną. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w momencie, gdy wyciągnie puste pudełko, w drugim pudełku będzie k zapalek.

Zadanie 4. Mamy n osób A_1, \dots, A_n . Osoba A_1 ma początkowo kartkę ze znakiem „+”. Z prawdopodobieństwem $p \in (0, 1)$ zmienia znak na „-” i podaje kartkę osobie A_2 , która z prawdopodobieństwem p zmienia znak na kartce na przeciwny, po czym podaje kartkę do A_3 i tak dalej. Osoba A_n zmienia znak lub nie jako ostatnia. Po oddaniu kartki przez A_n zaobserwowano, że na kartce znajduje się znak +. Jaka jest szansa, że osoba A_1 nie zmieniła początkowo znaku?

Zadanie 5. Niech p_1, \dots, p_n będą parami różnymi liczbami pierwszymi i niech $N = p_1 p_2 \dots p_n$. Ze zbioru $\{1, 2, \dots, N\}$ losujemy liczbę. Niech A_k oznacza zdarzenia, że wylosowana liczba dzieli się przez p_k . Zbadać niezależność zdarzeń A_1, \dots, A_n .