

Rachunek prawdopodobieństwa I

semestr letni 2018/2019

zadania domowe, seria 1.

Michał Kotowski

Zadania należy rozwiązać i być gotowym do ich zreferowania na ćwiczeniach w środę **6 marca**.

Zadanie 1. W kolejce po bilety stoi N kibiców, każdy ma szalik Legii lub Polonii. Zakładamy, że wszystkie układy szalików są jednakowo prawdopodobne. Jakie jest prawdopodobieństwo, że żadne dwie kolejne osoby nie mają szalików Polonii?

Zadanie 2.

- (a) Niech A i B będą dwoma zdarzeniami spełniającymi $\mathbb{P}(A \cup B) = 1/2$, $\mathbb{P}(A \cap B) = 1/4$, $\mathbb{P}(A \setminus B) = \mathbb{P}(B \setminus A)$. Oblicz $\mathbb{P}(A)$ i $\mathbb{P}(B \setminus A)$.
- (b) Załóżmy, że $A, B, C \subseteq \Omega$ są zdarzeniami spełniającymi $A \cup B \cup C = \Omega$, $\mathbb{P}(B) = 2\mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(C) = 3\mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(B \cap C) = \mathbb{P}(A \cap C)$. Wykaż, że $1/6 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1/4$.

Zadanie 3. Na okręgu jednostkowym wybieramy losowo niezależnie trzy punkty A, B, C . Obliczyć prawdopodobieństwo, że wyznaczony przez nie trójkąt ABC jest rozwartokątny.

Zadanie 4. Permutację π zbioru n -elementowego nazwiemy *inwolucją*, jeśli dla każdego elementu $i \in \{1, \dots, n\}$ zachodzi $\pi(\pi(i)) = i$. Wyznaczyć liczbę wszystkich inwolucji zbioru n -elementowego.

Zadanie 5. Wrzucamy 10 kul do 5 urn, dla każdej kolejnej kuli wybierając niezależnie i z jednakowym prawdopodobieństwem jedną z urn. Obliczyć prawdopodobieństwo, że żadna z urn nie pozostanie pusta.