

Rachunek prawdopodobieństwa I
semestr letni 2018/2019
zadania na ćwiczenia, tydzień 6

Michał Kotowski

Zadanie 1. Niech X będzie zmienną losową o gęstości $g(x) = cx \mathbb{1}_{[0,1]}(x)$.

- (a) Wyznacz stałą c .
- (b) Oblicz $\mathbb{P}\left(X \in \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right]\right)$.
- (c) Oblicz $\mathbb{P}(X^2 \geq \frac{1}{16} | X \leq \frac{1}{2})$.
- (d) Wyznacz gęstość zmiennej $Y = -\log X$.
- (e) Wyznacz rozkład zmiennej $Z = \lfloor 2X \rfloor$.

Zadanie 2. Niech X będzie zmienną losową o gęstości $g(x) = ce^{-\frac{x^2}{2}}$.

- (a) Wyznacz stałą c .
- (b) Wyznacz gęstości zmiennych $Y = e^X$, $Z = X^2$, $W = aX + b$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Zadanie 3. Podać przykład rozkładu, który nie jest gęstości, ale ma ciągłą dystrybuantę.

Zadanie 4. Powiemy, że zmienna losowa X o rozkładzie ciągłym na $[0, \infty)$ ma własność braku pamięci, jeśli dla dowolnych $t, s \in \mathbb{R}_+$ zachodzi

$$\mathbb{P}(X > t + s | X > t) = \mathbb{P}(X > s).$$

Wykazać, że jedynymi zmiennymi losowymi o tej własności są zmienne o rozkładzie wykładniczym.

Zadanie 5. Załóżmy, że X ma rozkład jednostajny na odcinku $[0, 2]$. Czy zmienne $Y = \min(1, X)$ oraz $Z = \max(X, X^2)$ mają gęstość?