

Funkcje analityczne
semestr zimowy 2019/2020
zadania na ćwiczenia, tydzień 11.

Michał Kotowski

Zadanie 1. Niech $P : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ będzie wielomianem stopnia co najwyżej n . Wykazać, że dla dowolnego $a \in \mathbb{R}$ zbiór $\{|P(z)| = a\}$ ma co najwyżej n składowych spójnych.

Zadanie 2. Niech $f : U \rightarrow \mathbb{C}$ będzie funkcją holomorficzną na pewnym zbiorze otwartym U zawierającym dysk $D(0, r)$. Niech $M = \sup_{|z|=r} |f(z)|$. Pokazać, że jeśli $f(0) \neq 0$, to liczba miejsc zerowych funkcji f w dysku otwartym $D\left(0, \frac{r}{3}\right)$ wynosi co najwyżej $\log_2 \frac{M}{|f(0)|}$.