

Analiza matematyczna II.1
semestr zimowy 2019/2020
zadania na ćwiczenia, 5 XI 2019

Michał Kotowski

Zadanie 1. Wyznacz (tam, gdzie istnieją) pochodną oraz gradient funkcji $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej jako $f(x) = \|x\|_2$. Jak zmieni się odpowiedź, jeśli zamiast normy euklidesowej rozpatrzymy normę $\|\cdot\|_p$, $p \neq 2$?

Zadanie 2. Znaleźć różniczkę wyznacznika traktowanego jako funkcja wyrazów macierzy, $\det : \mathbb{R}^{n^2} \rightarrow \mathbb{R}$.

Zadanie 3. Funkcję $f : \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}$ nazwiemy *jednorodną stopnia k* , jeżeli dla dowolnego $\lambda > 0$ zachodzi $f(\lambda x_1, \dots, \lambda x_n) = \lambda^k f(x_1, \dots, x_n)$. Wykazać, że funkcja różniczkowalna $f : \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}$ jest jednorodna wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi tożsamość:

$$x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, \dots, x_n) + \dots + x_n \frac{\partial f}{\partial x_n}(x_1, \dots, x_n) = k f(x_1, \dots, x_n).$$