

Analiza matematyczna II.1  
semestr zimowy 2019/2020  
zadania na ćwiczenia, 22 XI 2019

Michał Kotowski

**Zadanie 1.** Rozpatrzmy funkcję  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  daną wzorem

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3y - xy^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Znaleźć drugie pochodne cząstkowe funkcji  $f$ . Czy funkcja  $f$  jest klasy  $C^2(\mathbb{R}^2)$ ?

**Zadanie 2.** Niech  $f(x, y) = ay(e^x - 1) + x \sin x + 1 - \cos y$ . Wykazać, że  $f$  ma w punkcie  $(0, 0)$  ekstremum lokalne wtedy i tylko wtedy, gdy  $a \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ .

**Zadanie 3.** Wyznaczyć wielomian Taylora rzędu 3 dla funkcji  $f(x, y) = e^{xy^2} - \ln(1 + xy)$  w punkcie  $(0, 0)$ .