

Analiza matematyczna I.2
semestr letni 2025/2026
zadania domowe, seria 2.

Michał Kotowski

Zadania należy rozwiązać **pisemnie** i oddać na ćwiczeniach w piątek **13 III 2025** (lub wysłać mailem przed rozpoczęciem ćwiczeń).

Zadanie 1. Załóżmy, że $e \leq x < y$. Wykazać, że $y^x < x^y$ i wywnioskować stąd, że $\pi^e < e^\pi$.

Zadanie 2. Wykazać, że dla $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ zachodzi nierówność

$$\sin x + \operatorname{tg} x > 2x.$$

Zadanie 3. Załóżmy, że $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ jest funkcją różniczkowalną. Wykazać, że jeśli dla pewnego $g \in \mathbb{R}$ zachodzi $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = g$, to $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = g$.