

Analiza matematyczna I.2
semestr letni 2025/2026
zadania domowe, seria 1.

Michał Kotowski

Zadania należy rozwiązać i być gotowym do zreferowania ich rozwiązań na ćwiczeniach w piątek
6 III 2026.

Zadanie 1. Zbadać różniczkowalność funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadanej wzorem

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{1/x}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

Zadanie 2. Wykazać, że jeśli $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna w $a \in \mathbb{R}$, a x_n, y_n są takimi ciągami punktów, że $x_n < a < y_n$ oraz $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a$, to

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x_n) - f(y_n)}{x_n - y_n} = f'(a).$$

Zadanie 3. Wykazać dla dowolnego $x > 0$ tożsamość $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$.