

Analiza matematyczna I.2
semestr letni 2025/2026
zadania na ćwiczenia, 3 III 2026

Michał Kotowski

Zadanie 1. Udowodnić nierówności:

(a) $\sin x > \frac{2}{\pi}x, \quad x \in (0, \frac{\pi}{2})$

(b) $\cos x \geq 1 - \frac{x^2}{2}, \quad x \in \mathbb{R}$

(c) $\operatorname{tg} x \geq x, \quad x \in [0, \frac{\pi}{2}]$

(d) $\sin(\operatorname{tg} x) \geq x, \quad x \in [0, \frac{\pi}{4}]$

Zadanie 2. Wykazać, że jeśli funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełnia warunek Höldera z wykładnikiem $\alpha > 1$, to musi być stała.

Zadanie 3. Określić, ile rozwiązań w zależności od parametru $a \in \mathbb{R}$ ma równanie:

(a) $x^5 - 5x = a$

(b) $e^x = ax^2$