

Analiza matematyczna I.1
semestr zimowy 2023/2024
zadania na ćwiczenia, 9 XI 2023

Michał Kotowski

Zadanie 1. Wykazać dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$ nierówność

$$\left| e - \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right| < \frac{3}{n}.$$

Zadanie 2. Dla $a_1, \dots, a_k > 0$ obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt[n]{a_1} + \dots + \sqrt[n]{a_k}}{k} \right)^n.$$

Zadanie 3. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}}{\ln n}.$$

Zadanie 4. Dla ustalonego $\alpha > -1$ znaleźć takie $\beta > 0$, aby poniższa granica była skończona i różna od 0:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^\alpha + 2^\alpha + \dots + n^\alpha}{n^\beta}.$$