

Analiza matematyczna I.2
semestr letni 2023/2024
zadania na ćwiczenia, 12 III 2024

Michał Kotowski

Zadanie 1. Korzystając z reguły de l'Hospitala wyznaczyć granice:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctg \frac{x^2-1}{x^2+1}}{x-1}$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x - e \right)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 5} (6 - x)^{\frac{1}{x-5}}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

Zadanie 2. Dla $a > 0$, $a \neq 1$, wyznaczyć granicę

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{a^x - 1}{x(a - 1)} \right)^{\frac{1}{x}}.$$

Zadanie 3. Rozstrzygnąć, czy do obliczenia poniższych granic można użyć reguły de l'Hospitala:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sin x}{2x + \sin x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sin 2x + 1}{(2x + \sin 2x)(\sin x + 3)^2}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(2 \sin \sqrt{x} + \sqrt{x} \sin \frac{1}{x} \right)^x$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + x e^{-\frac{1}{x^2}} \sin \frac{1}{x^4} \right)^{\frac{1}{x^2}}$