

Analiza matematyczna I.2
semestr letni 2023/2024
zadania na ćwiczenia, 8 III 2024

Michał Kotowski

Zadanie 1. Wykazać, że każde z poniższych równań ma dokładnie jeden pierwiastek rzeczywisty:

(a) $x^{13} + 7x^3 - 5 = 0$

(b) $3^x + 4^x = 5^x$

Zadanie 2. Wykazać, że funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dana wzorem $f(x) = x + \sin x$ jest bijekcją.

Zadanie 3. Załóżmy, że funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełnia równanie dla każdego $x \in \mathbb{R}$ równanie $f(x) + e^{f(x)} = x$. Wykazać, że f jest różniczkowalna oraz wyznaczyć $f(1)$ i $f'(1)$.

Zadanie 4. Znaleźć wszystkie ekstrema lokalne funkcji $f(x) = \sqrt[5]{x - 2}\sqrt[9]{x - 7}$.

Zadanie 5. Wyznaczyć kresy zbioru

$$A = \{ \sqrt[n^2]{n^2 + 2n + 1} : n \in \mathbb{N} \}.$$

Zadanie 6. Załóżmy, że funkcja $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ ma ograniczoną drugą pochodną na (a, b) . Wykazać, że f jest jednostajnie ciągła na (a, b) .