

Analiza matematyczna I.2
semestr letni 2023/2024
zadania na ćwiczenia, 5 IV 2024

Michał Kotowski

Zadanie 1. Zbadać zbieżność punktową i jednostajną poniższych ciągów funkcji f_n na zbiorze $A = [0, 1]$:

(a) $f_n(x) = \frac{1}{1+(nx-1)^2}$

(b) $f_n(x) = x^n(1-x)$

(c) $f_n(x) = \frac{nx^2}{1+nx}$

Zadanie 2. Zbadać zbieżność punktową i jednostajną poniższych ciągów funkcji f_n dla podanych zbiorów A :

(a) $f_n(x) = n\left(\sqrt{x + \frac{1}{n}} - \sqrt{x}\right)$, $A = (0, \infty)$

(b) $f_n(x) = \frac{x}{n} \ln \frac{x}{n}$, $A = (0, 1)$

(c) $f_n(x) = e^{n(x-1)}$, $A = (0, 1)$

(d) $f_n(x) = \frac{1}{n} \ln(1 + e^{nx})$, $A = \mathbb{R}$

Zadanie 3. Zbadać zbieżność punktową i jednostajną ciągu f_n na zbiorze $A = (0, \infty)$ oraz $B = (0, a]$, $a > 0$, gdzie

$$f_n(x) = n^2 \frac{1 - \cos \frac{x}{n}}{x}.$$

Zadanie 4. Zbadać zbieżność punktową i jednostajną ciągu f_n na zbiorze $A = [0, 1]$, gdzie

$$f_n(x) = n^3 x e^{-nx^2}.$$