

Analiza matematyczna I.2  
semestr letni 2023/2024  
zadania na ćwiczenia, 27 II 2024

Michał Kotowski

**Zadanie 1.** Wyznaczyć pochodne następujących funkcji (tam, gdzie istnieją):

- (a)  $f(x) = \operatorname{tg} x$ ,
- (b)  $f(x) = x^x$ ,
- (c)  $f(x) = \log_2 x$ ,
- (d)  $f(x) = \log_x 2$ .

**Zadanie 2.** Dla jakich wartości parametru  $\alpha \in \mathbb{R}$  funkcja zadana wzorem

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

jest

- (a) ciągła na  $\mathbb{R}$ ?
- (b) różniczkowalna na  $\mathbb{R}$ ?
- (c) różniczkowalna i ma ciągłą pochodną na  $\mathbb{R}$ ?

**Zadanie 3.** Załóżmy, że funkcje  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  są różniczkowalne w punkcie  $a$ . Wyznaczyć granice

- (a)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(a) - af(x)}{x-a}$ ,
- (b)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)g(a) - f(a)g(x)}{x-a}$ .

**Zadanie 4.** Załóżmy, że funkcja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  jest różniczkowalna. W jakich punktach funkcja  $g(x) = |f(x)|$  jest różniczkowalna?

**Zadanie 5.** Wykazać, że jeśli funkcja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ma w punkcie  $x_0$  pochodne jednostronne, to jest w tym punkcie ciągła.