

# Analiza Matematyczna I.1, semestr zimowy 2018 – zadania na ćwiczenia 15 stycznia

Michał Kotowski

**Zadanie 1.** Udowodnić, że nie istnieje funkcja ciągła  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , która każdą swoją wartość przyjmowałaby dokładnie dwa razy.

**Zadanie 2.** Udowodnić, że każda bijekcja  $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$  ma nieskończenie wiele punktów nieciągłości.

**Zadanie 3.** Załóżmy, że  $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  jest funkcją spełniającą  $|f(x) - f(y)| \leq |x - y|$  dla dowolnych  $x, y \in [0, 1]$ . Udowodnić, że zbiór punktów stałych  $f$  jest odcinkiem domkniętym (być może zdegenerowanym do punktu).