

Analiza Matematyczna I.1, semestr zimowy 2018 –
zadania na ćwiczenia 13 listopada

Michał Kotowski

Zadanie 1. Rozpatrzmy wielomian $P(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0$, $m \geq 1$, o współczynnikach rzeczywistych dodatnich. Niech A_n i G_n oznaczają odpowiednio średnią arytmetyczną i geometryczną liczb $P(1), P(2), \dots, P(n)$. Udowodnić, że

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{G_n} = \frac{e^m}{m+1}.$$

Zadanie 2. Ustalmy liczbę całkowitą $k \geq 1$ oraz liczbę rzeczywistą $\lambda > 0$. Udowodnić, że

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} = \frac{\lambda^k}{e^{\lambda} k!}.$$