Trójgłos o Hipotezie Riemanna

Wykłady publiczne dla niespecjalistów, zapraszamy studentów

Minikonferencja Oddziału Warszawskiego PTM
współfinansowana przez Fundację mBanku

12 marca 2020, 15:50 – 18:10

Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki UW

ul. Banacha 2 (wejście od Pasteura) sala 2180

Program

15:50 - 16:00   Otwarcie

16:00 - 16:30   **Adam Osękowski** (Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski)

Hipoteza Riemanna i rozmieszczenie liczb pierwszych na osi rzeczywistej

16:35 - 17:05   **Marek Wolf** (Wydział Matematyczno-Przyrodniczy, Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego)

Czy fizyk udowodni Hipotezę Riemanna?

17:10 - 17:40 Dyskusja przy kanapkach i ciasteczkach

17:40 - 18:10 **Krzysztof Maślanka** (Instytut Historii Nauki PAN)

Hipoteza Riemanna – dygresje historyczne i filozoficzne

Streszczenia

Adam Osękowski (Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski)

Hipoteza Riemanna i rozmieszczenie liczb pierwszych na osi rzeczywistej

Hipoteza Riemanna, sformułowana w 1859 roku, jest jednym z największych problemów otwartych w matematyce. Dotyczy ona położenia miejsc zerowych pewnej specjalnej funkcji zmiennej zespolonej, tzw. funkcji dzeta Riemanna. Problem ten odgrywa dużą rolę w wielu działach matematyki, m.in. w teorii liczb, analizie zespolonej, rachunku prawdopodobieństwa oraz statystyce, posiada także interesujące związki z fizyką. Celem odczytu będzie zaprezentowanie podstawowych informacji dotyczących hipotezy oraz jej konsekwencje w kontekście rozmieszczenia liczb pierwszych wśród liczb naturalnych.

Marek Wolf (Wydział Matematyczno-Przyrodniczy, Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego)

Czy fizyk udowodni Hipotezę Riemanna?

Omówię związki HR z fizyką: elektro-mechaniczny układ van der Pola, przypuszczenie Poly'a --Hilberta, korelacje zer zety, przypuszczenie Montgomery'ego, macierze losowe, hamiltonian Berry—Keatinga i Bendera--Brody--Mullera, modele Isinga i twierdzenie Lee--Yanga, bilardy, ruchy losowe, twierdzenie Woronina i fraktalność dzety(s).

Krzysztof Maślanka (Instytut Historii Nauki PAN)

Hipoteza, postawiona dość mimochodem przez Bernharda Riemanna w jego jedynej pracy na temat teorii liczb (1859 r.), mówi, że wszystkie zespolone (nierzeczywiste) pierwiastki pewnej funkcji zmiennej zespolonej, oznaczanej tradycyjnie literą ζ (dzeta), leżą dokładnie na prostej Re(s) = ½ zwanej prostą krytyczną.

Mówiąc o hipotezie Riemanna nie sposób uniknąć pewnych emocjonalnych zwrotów, nieczęstych w pracach matematycznych. W powszechnym odczuciu hipoteza ta uważana jest za najważniejszy nierozstrzygnięty problem matematyczny – problem brzemienny w skutki, bowiem jej ewentualna

prawdziwość sprawiłaby m. in., że wiele atrakcyjnych hipotez w teorii liczb, dotyczących rozmieszczenia liczb pierwszych, awansowałoby do rangi pełnoprawnych twierdzeń.

Jednak, pomimo trwających już ponad półtora wieku zmagań najwybitniejszych matematyków, nie udało się jej rozstrzygnąć. Jak zauważa Harold Edwards, „jedną z przyczyn, które czynią hipotezę Riemanna tak trudną jest brak jakiegokolwiek argumentu, jakiejś intuicji, choćby i nieścisłej, by miała ona być prawdziwa”.

Pewien postęp pojawił się w roku 1914, kiedy to G. H. Hardy pokazał, że na prostej krytycznej leży nieskończenie wiele miejsc zerowych funkcji dzeta. (Wynik ten potem kilkakrotnie wzmocniono.) Wciąż jednak nie wiadomo, czy leżą na niej wszystkie.

W tej niekomfortowej sytuacji, w akcie jawnej desperacji, zwrócono się ku komputerowym obliczeniom numerycznym w nadziei, że może uda się natrafić na jakiś kontrprzykład dla hipotezy Riemanna, czyli miejsce zerowe funkcji ζ leżące poza prostą krytyczną. Pierwsze takie próby dotyczyły urządzeń analogowych: mechanicznych (Alan Turing, 1939) lub elektromechanicznych (Balthasar van der Pol, 1947), które z dzisiejszej perspektywy wydają się bardzo naiwne. Później zastosowano coraz szybsze komputery elektroniczne. Jak dotąd jednak, wszystkie obliczone pierwiastki, w ilości ok. 10^{13} (dziesięć trylionów), leżą dokładne na prostej krytycznej. Zdrowy rozsądek sugeruje więc, że powinien działać jakiś precyzyjny mechanizm, który „zmusza” wszystkie zespolone pierwiastki funkcji ζ, by leżały na tej prostej.

Jednak w teorii liczb takie, oparte na zdrowym rozsądku, argumenty numeryczne wielokrotnie prowadziły na manowce. Hipotezy prawdziwe dla psychologicznie „olbrzymiej” ilości przypadków okazywały się ostatecznie fałszywe. Nawet bowiem największa, dostępna dla komputera liczba jest niczym w porównaniu z atrybutem teorii liczb, czyli nieskończonością.

ptm rok zał. 1919

m Fundacja