

Wszystkie zadania warte są 10 punktów.

1. W przełączniku komórkowym białko typu A pełni rolę represora białka typu B, a białko typu B pełni rolę represora białka typu A. Skonstruuj układ równań różniczkowo-różnicowych na funkcję rozkładu prawdopodobieństwa liczby białek typu A i B. Załóż, że białko jest produkowane bezpośrednio z DNA.

2. Znajdź stan stacjonarny dla autoregulowanego genu (białko produkowane z bezpośrednio z genu jest represorem dla samego siebie). Przyjmij, że w układzie mogą być maksymalnie 2 cząsteczki białka.

3. Hamiltonian dwóch oddziałujących spinów $s_i = \pm 1, 0$ dany jest następującym wyrażeniem

$$H(s_1, s_2) = (s_1 + s_2)^2.$$

Oblicz średnie namagnesowanie w rozkładzie Gibbsa w granicy zerowej temperatury.

4. Znajdź wszystkie równowagi Nasha w następującej grze:

	C	D
A	2, 2	0, 0
B	1, 4	1, 4

5. Niech cena jednostki danego produktu wynosi $P(x, y) = 3 - (x + y)$ gdzie x i y są poziomami produkcji dwóch rywalizujących ze sobą firm, a koszt produkcji jednostki dobra wynosi 2. Znajdź równowagę Stackelberga.

6. Rozważ instrument pochodny o wypłacie $S_2 - 3$. Wyceń go w dwuokresowym modelu dwumianowym,

$$S_0 = 10, r = 0.2, u = 0.3 \text{ i } d = 0.1$$

BONUS 1

Udowodnij, że każde oddziaływanie najbliższych i dalszych sąsiadów na sieci kwadratowej, które jest symetryczne, to znaczy zależy tylko od rodzajów cząstek oddziałujących i odległości między nimi, posiada co najmniej jeden okresowy stan podstawowy.

Bonus 2

Konsumenci są rozłożeni jednostajnie w liniowym mieście o długości 1. Na granicach miasta są dwa sklepy, które sprzedają ten sam produkt. Jednostkowy koszt produkcji wynosi c a nabywca produktu pokrywa koszt transportu t na jednostkę długości. Konsumenci nabywają jednostkę produktu w sklepie, dla którego suma kosztu nabycia i transportu jest mniejsza. Znajdź cenę produktu w obu sklepach w równowadze Nasha.