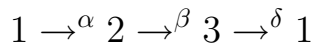


Wszystkie zadania są warte 13 punktów.

1. Gen może się znajdować w trzech różnych stanach z intensywnościami przejścia α, β, δ ,



W każdym ze stanów produkowane jest mRNA z odpowiednią intensywnością k_i . Cząsteczki mRNA degradują z intensywnością γ . Oblicz średnią i wariancję liczby cząsteczek mRNA w stanie stacjonarnym.

2. Znajdź średnie namagnesowanie dla Hamiltonianu trzech oddziałujących spinów $s_i = \pm 1$ na trójkącie równobocznym,

$$H(s_1, s_2, s_3) = s_1 s_2 + s_1 s_3 + s_2 s_3 - h(s_1 + s_2 + s_3)$$

w rozkładzie Gibbsa z temperaturą T . Oblicz granicę $T \rightarrow 0$ dla bardzo małego $h > 0$. Jakie są konfiguracje stanu podstawowego w powyższym modelu i jakie jest ich średnie namagnesowanie?

3. Niech cena jednostki danego produktu wynosi $P(x, y) = 4 - (x + y)$ gdzie x i y są poziomami produkcji dwóch rywalizujących ze sobą firm, a koszt produkcji jednostki dobra wynosi 2 dla dla firmy pierwszej i 1 dla firmy drugiej. Znajdź równowagę Nasha powyższego Duopolu Cournot.

4. Znajdź cenę instrumentu pochodnego o wypłacie równej $S_2 - 50$ w $t = 2$. Załóż, że $S_0 = 50$, $r = 0.1$, $d = 0.2$ i $z = 0$. Skonstruuj portfel w $t = 0$ zabezpieczający przed ryzykiem związanym ze sprzedażą tego instrumentu.

BONUS

Udowodnij, że każda dwuosobowa gra symetryczna ze skończoną liczbą strategii i z symetryczną macierzą wypłat ma co najmniej jedną równowagę Nasha w strategiach czystych.