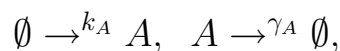


Wszystkie zadania są warte 10 punktów.

1. Znajdź stan stacjonarny dla procesu urodzin i śmierci odpowiadającego następującym reakcjom:



gdzie  $A = 0, 1, 2, 3, 4$ .

2. Znajdź okresowe stany podstawowe dla następującego modelu Isinga na sieci kwadratowej:

$$H = -\sum_{i,j \in Z} (s_{i,j} s_{i+1,j} + s_{i,j} s_{i,j+1}) + 4 \sum_{i,j \in Z} (s_{i,j} s_{i+2,j} + s_{i,j} s_{i,j+2}).$$

3. Załóżmy, że cena produktu jest dana przez następującą funkcję poziomów produkcji dwóch firm:  $P(x, y) = 3 - \frac{1}{2}(x + y)^2$ , a koszt wyprodukowania jednostki produktu jest równy 2. Znajdź równowagę Nasha w tak określonym Duopolu Cournota.
4. Znajdź wszystkie równowagi Nasha w następującej grze:

|   |      |      |
|---|------|------|
|   | C    | D    |
| A | 3, 2 | 0, 1 |
| B | 1, 2 | 1, 5 |

5. Znajdź cenę instrumentu pochodnego o wypłacie równej  $\frac{1}{2}S_2 - 10$  w  $t = 2$ . Załóż, że  $S_0 = 40$ ,  $r = 0.2$ ,  $d = 0.3$  i  $z = -0.2$ .
6. Rozważ opcję typu put (sprzedaży akcji) w dwuokresowym modelu dwumianowym,  $S_0 = 100$ ,  $X = 130$ ,  $r = 0.2$ ,  $d = 0.3$  i  $z = -0.2$ . Skonstruuj portfel w  $t = 0$  zabezpieczający przed ryzykiem związanym ze sprzedażą opcji.

## BONUSY po 10 punktów

1. Udowodnij, że każda dwuosobowa gra symetryczna z trzema strategiami i z symetryczną macierzą wypłat ma co najmniej jedną równowagę Nasha w czystych strategiach.
2. Znajdź wszystkie równowagi Nasha w następującej grze:

|   | C    | D    |
|---|------|------|
| A | 2, 2 | 0, 0 |
| B | 1, 4 | 1, 4 |