

Materiały do wykładu

2. Reprezentacja danych

MARCIN PECZARSKI

Instytut Informatyki
Uniwersytet Warszawski

7 lutego 2012

Konwersje podstawy

2.1

▷ Między podstawą 2 a 16

$$(0010101001111110)_2 = (2A7E)_{16}$$

0010	1010	0111	1110
2	A	7	E

▷ Między podstawą 2 a 8

$$(0010101001111110)_2 = (025176)_8$$

0	010	101	001	111	110
0	2	5	1	7	6

Liczby całkowite (1)

2.2

$$b_{n-1}b_{n-2} \dots b_2b_1b_0$$

naturalny kod binarny (NKB)

$$\sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i$$

moduł ze znakiem (MZ)

$$(-1)^{b_{n-1}} \cdot \sum_{i=0}^{n-2} b_i 2^i$$

uzupełnieniowy do dwójki (U2)

$$-b_{n-1} 2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} b_i 2^i$$

uzupełnieniowy do jedynek (U1)

$$\sum_{i=0}^{n-2} (b_i - b_{n-1}) 2^i$$

spolaryzowany (ang. *biased*)

$$-B + \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i$$

Liczby całkowite (2)

2.3

$$b_{n-1}b_{n-2} \dots b_2b_1b_0 \quad (n \text{ podzielne przez } 4)$$

BCD (ang. *binary coded decimal*)

$$\sum_{j=0}^{n/4-1} \sum_{i=0}^3 b_{i+4j} 2^i 10^j$$

Liczby całkowite (3)

$b_7 \dots b_1 b_0$	NKB	MZ	U2	U1	$B = 127$	BCD
00000000	0	0	0	0	-127	0
00000001	1	1	1	1	-126	1
⋮						
01111110	126	126	126	126	-1	-
01111111	127	127	127	127	0	-
10000000	128	0	-128	-127	1	80
10000001	129	-1	-127	-126	2	81
⋮						
11111110	254	-126	-2	-1	127	-
11111111	255	-127	-1	0	128	-

▷ MZ – negujemy bit znaku:

$$\overline{b_{n-1}} b_{n-2} \dots b_2 b_1 b_0$$

▷ U2 – negujemy wszystkie bity i dodajemy jeden:

$$\overline{b_{n-1}} \overline{b_{n-2}} \dots \overline{b_2} \overline{b_1} \overline{b_0} + 1$$

▷ U1 – negujemy wszystkie bity:

$$\overline{b_{n-1}} \overline{b_{n-2}} \dots \overline{b_2} \overline{b_1} \overline{b_0}$$

▷ Spolaryzowany – wykonujemy odejmowanie (w NKB):

$$2B - b_{n-1} b_{n-2} \dots b_2 b_1 b_0$$

Dlaczego używamy U2?

2.6

▷ Oznaczmy interpretację n -bitowej liczby $x_{n-1} \dots x_1 x_0$ w NKB i U2 odpowiednio przez X_{NKB} i X_{U2} .

▷ Mamy wtedy:

$$X_{\text{NKB}} \equiv X_{\text{U2}} \pmod{2^n},$$

$$X_{\text{NKB}} + Y_{\text{NKB}} \equiv X_{\text{U2}} + Y_{\text{U2}} \pmod{2^n},$$

$$X_{\text{NKB}} - Y_{\text{NKB}} \equiv X_{\text{U2}} - Y_{\text{U2}} \pmod{2^n},$$

$$X_{\text{NKB}} \cdot Y_{\text{NKB}} \equiv X_{\text{U2}} \cdot Y_{\text{U2}} \pmod{2^n}.$$

▷ Jeśli wynik działania mieści się w n bitach, to nie ma znaczenia, czy interpretujemy liczby w NKB, czy w U2.

▷ Zatem te same układy arytmetyczne mogą być użyte do dodawania, odejmowania i mnożenia w NKB i U2.

- ▷ Mnożenie – przesuwamy o jeden bit w lewo, najmłodszy bit zerujemy:

$$b_{n-2} b_{n-3} \dots b_1 b_0 0$$

- ▷ Dzielenie w NKB – przesuwamy o jeden bit w prawo, najstarszy bit zerujemy:

$$0 b_{n-1} \dots b_3 b_2 b_1$$

- ▷ Dzielenie w U2 – przesuwamy o jeden bit w prawo, bit znaku powielamy:

$$b_{n-1} b_{n-1} \dots b_3 b_2 b_1$$

- ▷ Jeśli wynik dodawania lub odejmowania dwóch n -bitowych liczb w NKB nie może być zapisany na n -bitach (jest za duży lub ujemny), to ustawiany jest bit przeniesienia (zwykle oznaczany C).
- ▷ Jeśli wynik dodawania lub odejmowania dwóch n -bitowych liczb w U2 nie może być zapisany na n -bitach, to ustawiany jest bit nadmiaru (zwykle oznaczany V).

Przeniesienie i nadmiar

2.9

odejmowanie	NKB	U2
10000010	130	-126
10000001	129	-127
<hr/>		
00000001	1	1

$$C = 0, V = 0$$

odejmowanie	NKB	U2
10000010	130	-126
00000011	3	3
<hr/>		
01111111	127	127

$$C = 0, V = 1$$

odejmowanie	NKB	U2
10000001	129	-127
10000010	130	-126
<hr/>		
11111111	255	-1

$$C = 1, V = 0$$

odejmowanie	NKB	U2
00000011	3	3
10000010	130	-126
<hr/>		
10000001	129	-127

$$C = 1, V = 1$$

- ▷ Wykonujemy odejmowanie $X - Y$, ale nie zapisujemy wyniku.
- ▷ Zapisujemy:
 - ◇ czy wynik jest zerowy (bit Z),
 - ◇ czy wystąpiło przeniesienie (bit C),
 - ◇ czy wynik jest ujemny – najstarszy bit wyniku (bit S),
 - ◇ czy wystąpił nadmiar (bit V).
- ▷ $X = Y$ wtw, gdy $Z = 1$.
- ▷ $X_{\text{NKB}} < Y_{\text{NKB}}$ wtw, gdy $C = 1$.
- ▷ $X_{\text{U2}} < Y_{\text{U2}}$ wtw, gdy $S \oplus V = 1$.
- ▷ Pozostałe relacje (\neq , $>$, \geq , \leq) można łatwo uzyskać z powyższych.

Liczby zmiennopozycyjne IEEE-754

2.11

pojedyncza precyzja 31 30 23 22 0 $B = 127$
 podwójna precyzja 63 62 52 51 0 $B = 1023$



pola wykładnika i mantysy	rodzaj wartości	wartość
$W \neq 0 \dots 0, W \neq 1 \dots 1$	znormalizowane	$(-1)^S \cdot (1, M)_2 \cdot 2^{W-B}$
$W = 0 \dots 0, M \neq 0 \dots 0$	zdenormalizowane	$(-1)^S \cdot (0, M)_2 \cdot 2^{1-B}$
$W = 0 \dots 0, M = 0 \dots 0$	zera	0
$W = 1 \dots 1, M = 0 \dots 0$	nieskończoności	$(-1)^S \cdot \infty$
$W = 1 \dots 1, M \neq 0 \dots 0$	nieliczby	nan, NaN

- ▷ Przyjęta reprezentacja umożliwia prostą metodę porównywania – wystarczy porównywać kolejne bity od lewej do prawej.
- ▷ nieskończoność jest większa od dowolnej liczby rzeczywistej.
- ▷ Minus nieskończoność jest mniejsza od dowolnej liczby rzeczywistej.
- ▷ Wynik porównywania dwóch wartości w formacie IEEE-754, oprócz $<$, $=$, $>$, może też być *nieuporządkowane*, gdy co najmniej jedna z porównywanych wartości jest nieliczbą.

- ▷ Do najbliższej lub parzystej (ang. *round to nearest or even*) – najlepszy sposób zaokrąglania
- ▷ Ucięcie (ang. *chop, truncate*) do liczby bliższej zeru – stosowany często w językach wysokiego poziomu
- ▷ W dół (ang. *round down*)
- ▷ W górę (ang. *round up*)

▷ Program

```
#include "stdio.h"
```

```
int main() {  
    double x = 0.478;  
    double a = 1000.0;  
    int ix;  
  
    ix = (int) a * x;  
    printf("x = %f, (int) 1000.0 * x = %d\n", x, ix);  
    return 0;  
}
```

▷ wypisuje

```
x = 0.478000, (int) 1000.0 * x = 477
```


ASCII – American Standard Code for Information Interchange

NUL	SOH	STX	ETX	EOT	ENQ	ACK	BEL	BS	HT	LF	VT	FF	CR	SO	SI
DLE	DC1	DC2	DC3	DC4	NAK	SYN	ETB	CAN	EM	SUB	ESC	FS	GS	RS	US
␣	!	"	#	\$	%	&	'	()	*	+	,	-	.	/
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[\]	^	_
'	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{		}	~	DEL

▷ ISO 8859-1, ISO 8859-2, ...

▷ cp1250, cp1251, ...

▷ ...

Napisy (3)

2.17

EBCDIC – Extended Binary Coded Decimal Interchange Code

NUL	SOH	STX	ETX	SEL	HT	RNL	DEL	GE	SPS	RPT	VT	FF	CR	SO	SI
DLE	DC1	DC2	DC3	RES	NL	BS	POC	CAN	EM	UBS	CU1	IFS	IGS	IRS	IUS
DS	SOS	FS	WUS	BYP	LF	ETB	ESC	SA	SFE	SM	CSP	MFA	ENQ	ACK	BEL
		SYN	IR	PP	TRN	NBS	EOT	SBS	IT	RFF	CU3	DC4	NAK		SUB
SP	RSP									[.	<	(+	!
&									β]	\$	*)	;	^
-	/										,	%	_	>	?
∅									'	:	#	@	,	=	"
∅	a	b	c	d	e	f	g	h	i	«	»				±
°	j	k	l	m	n	o	p	q	r	ª	º	æ	¸	Æ	
μ	~	s	t	u	v	w	x	y	z	ı	ı				
			.	©	§	¶	¼	½	¾	¬		-	..	'	×
{	A	B	C	D	E	F	G	H	I	SHY					
}	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	¹					
\	÷	S	T	U	V	W	X	Y	Z	²					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	³					EO

UTF-8 – 8-bit Unicode Transformation Format

▷ ISO/IEC 10646 Universal Multiple-Octet Coded Character Set

Ą 104	Ć 106	Ę 118	Ł 141	Ń 143	Ó D3	Ś 15A	Ż 179	Ź 17B
ą 105	ć 107	ę 119	ł 142	ń 144	ó F3	ś 15B	ż 17A	ź 17C

▷ RFC 3629

zakres znaków	l. bitów	sekwencja oktetów UTF-8
0–7F	7	0xxxxxxx
80–7FF	11	110xxxxx 10xxxxxx
800–FFFF	16	1110xxxx 10xxxxxx 10xxxxxx
10000–10FFFF	21	11110xxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx

Porządek bajtów

2.19

ABCD0123₁₆

cienkokońcówkowe
(ang. *little-endian*)

adres + 3	AB
adres + 2	CD
adres + 1	01
adres	23

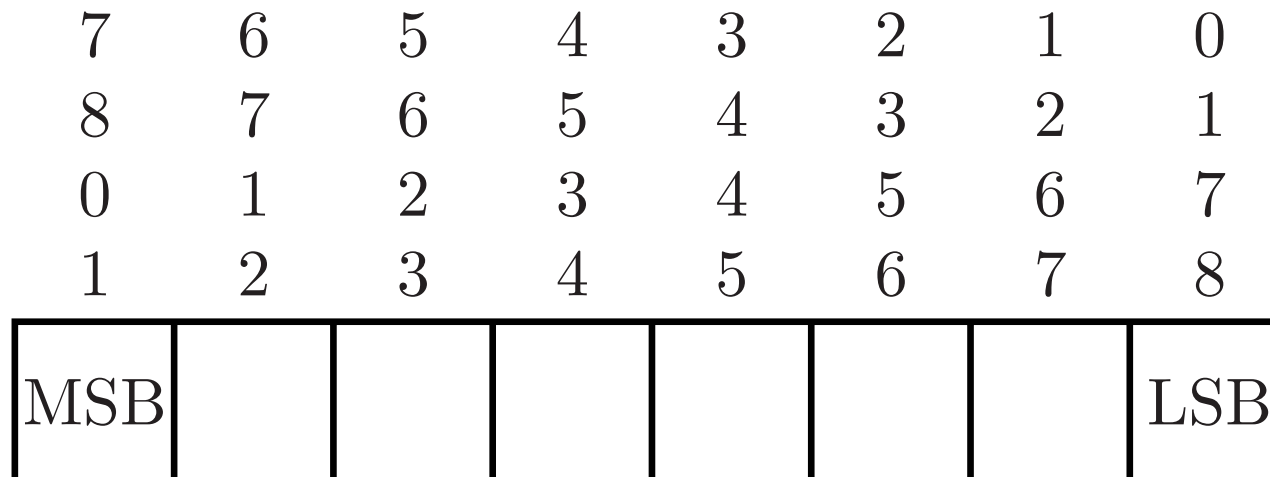
grubokońcówkowe
(ang. *big-endian*)

adres + 3	23
adres + 2	01
adres + 1	CD
adres	AB

dwukońcówkowe (ang. *bi-endian*)

Porządek bitów

2.20



MSB – most significant bit

LSB – least significant bit

Typowe rozmiary typów prostych

2.21

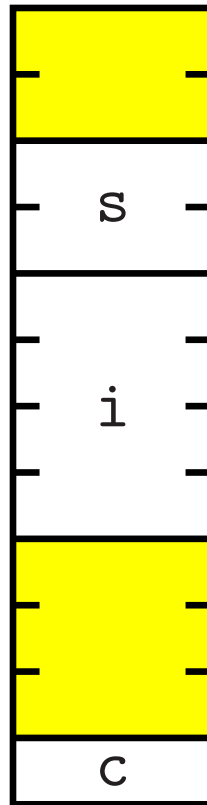
typ	maszyna			
	8-bitowa	16-bitowa	32-bitowa	64-bitowa
char	1	1	1	1
short	2	2	2	2
int	2	2	4	4
long	4	4	4	8
void*	2	2 lub 4	4	8
float	4	4	4	4
double	–	8	8	8

- ▷ Ma na celu optymalizację dostępu do pamięci.
- ▷ Adres, pod którym w pamięci umieszczana jest zmienna typu prostego, jest wielokrotnością rozmiaru:
 - ◇ słowa maszynowego,
 - ◇ typu.
- ▷ Tablica elementów typu prostego wyrównywana jest w całości wg rozmiaru typu składowego – nie zawiera dziur.

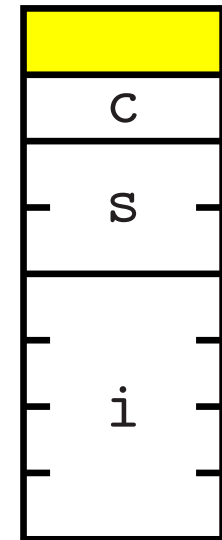
Wyrównywanie danych – typy złożone

2.23

```
typedef struct {  
    char c;  
    int i;  
    short s;  
} s1;
```



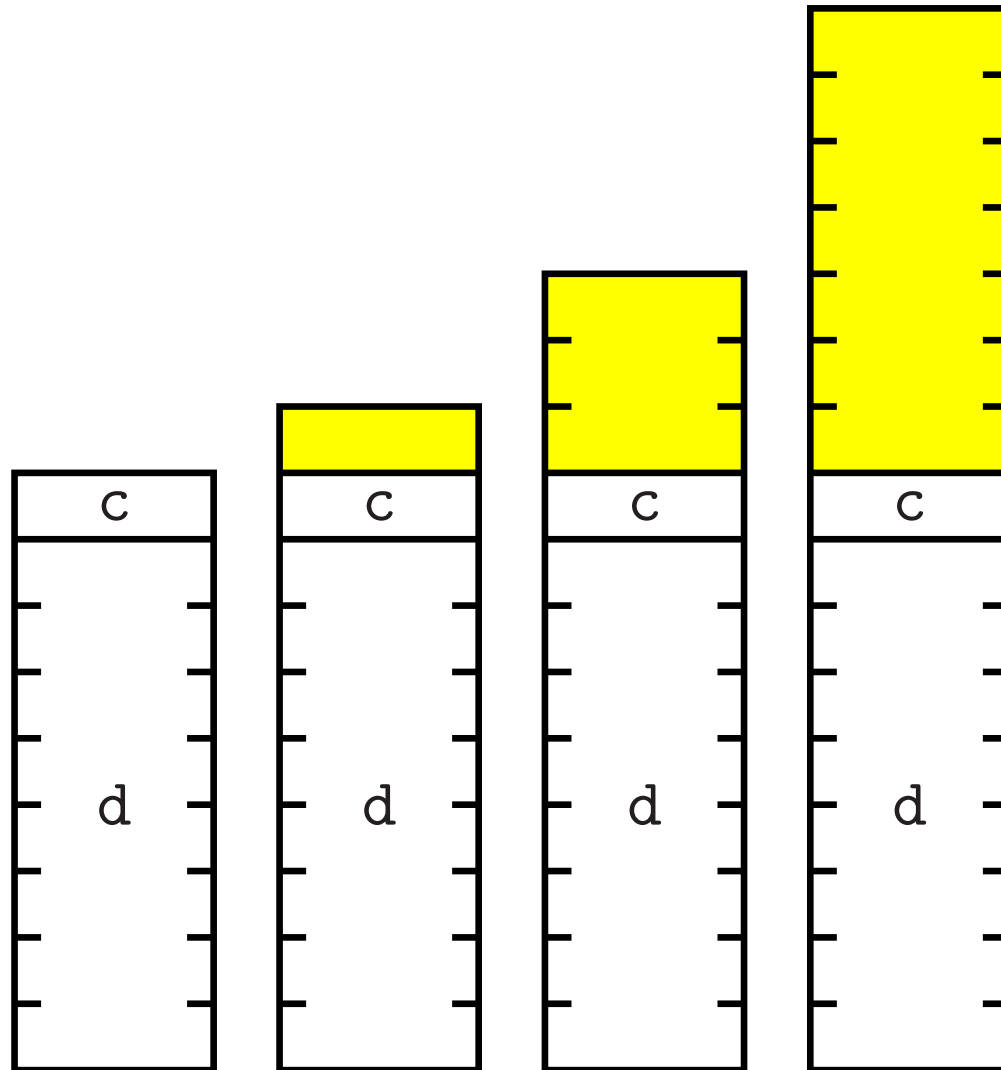
```
typedef struct {  
    int i;  
    short s;  
    char c;  
} s2;
```



Wyrównywanie danych zależne od kompilatora

2.24

```
typedef struct {  
    double d;  
    char    c;  
} s3;
```



Przedrostki

2.25

kilo	k	10^3	(2^{10})				
mega	M	10^6	$(2^{20}, 10^3 \cdot 2^{10})$				
giga	G	10^9	$(2^{30}, 10^6 \cdot 2^{10}, 10^3 \cdot 2^{20})$				
tera	T	10^{12}	$(2^{40}, 10^9 \cdot 2^{10}, 10^6 \cdot 2^{20}, 10^3 \cdot 2^{30})$				
peta	P	10^{15}	$(2^{50}, \dots)$				
kibi	Ki	2^{10}					
mebi	Mi	2^{20}					
gibi	Gi	2^{30}					
tebi	Ti	2^{40}					
pebi	Pi	2^{50}					
eksbi	Ei	2^{60}					
zebi	Zi	2^{70}					
jobi	Yi	2^{80}					