

Wybrane zagadnienia teorii grafów — seria 8

kolorowania, 10.05.2010–07.06.2010

Zadanie 1. Niech G będzie grafem planarnym bez wierzchołków o stopniu mniejszym niż 3. Pokaż, że w każdym narysowaniu tego grafu na płaszczyźnie istnieje wierzchołek o stopniu d i sąsiadująca ściana o l bokach takie, że $d + l \leq 8$.

Zadanie 2. Graf G nazwiemy krytycznie k -kolorowalnym, jeśli $\chi(G) = k$ i dla każdego $v \in V(G)$ mamy $\chi(G \setminus v) < k$. Pokaż, że dla $k \geq 2$ graf krytycznie k -kolorowalny jest $(k - 1)$ -spójny krawędziowo (tj. graf jest spójny i pozostaje spójny po usunięciu dowolnych $k - 2$ krawędzi).

Zadanie 3. Dla grafu G grafem liniowym $L(G)$ nazwiemy graf taki, że $V(L(G)) = E(G)$ i $e_1 e_2 \in E(L(G))$ jeśli e_1 i e_2 mają wspólny koniec. Znajdź wszystkie grafy proste G takie, że graf liniowy $L(G)$ jest doskonały.