

Wybrane zagadnienia teorii grafów — seria 3

skojarzenia, część 2, 01.03.2010–22.03.2010

Zadanie 1. Klasę klee-grafów definiujemy następująco: K_4 to klee-graf i jeśli G jest klee-grafem, i G' otrzymamy z G poprzez zamianę wierzchołka w trójkąt, to G' też jest klee-grafem. Klee-grafy są grafami kubicznymi bez mostów. Pokaż, że istnieje taka stała $c > 1$, że jeśli G jest klee-grafem, to ma on co najmniej $c^{|V(G)|}$ doskonałych skojarzeń.



Rysunek 1: Zamiana wierzchołka w trójkąt w grafie kubicznym.

Zadanie 2. Podaj przykład grafu kubicznego bez mostów, w którym nie istnieją trzy parami rozłączne doskonałe skojarzenia (tj., pokaż, że w hipotezie Berge–Fulkersona rzeczywiście potrzeba sześciu skojarzeń).

Zadanie 3. Niech $G = (V, W, E)$ będzie grafem dwudzielnym. Załóżmy, że G istnieje doskonałe skojarzenie. Niech $k \geq 1$ i niech każdy wierzchołek w V ma stopień co najmniej k . Pokaż, że G ma co najmniej $k!$ doskonałych skojarzeń.