

Wybrane zagadnienia teorii grafów — seria 1

zadania luźne, 15.02.2010–01.03.2010

Zadanie 1. Graf jest dwuspójny, jeśli ma co najmniej trzy wierzchołki, jest spójny i po usunięciu dowolnego wierzchołka pozostaje spójny. Czy z grafu dwuspójnego o co najmniej 100 wierzchołkach można zawsze usunąć wierzchołek tak, by graf pozostał dwuspójny?

Zadanie 2. W grafie G rozmiar największego zbioru niezależnego wynosi a . Pokaż, że wierzchołki tego grafu da się pokryć przy pomocy co najwyżej a rozłącznych wierzchołkowo podgrafów, z których każdy podgraf jest cyklem, K_2 (pojedynczą krawędzią) lub K_1 (izolowanym wierzchołkiem).

Zadanie 3. Graf nazwiemy k -spójnym jeśli ma co najmniej $k + 1$ wierzchołków, jest spójny i po usunięciu dowolnych $k - 1$ wierzchołków pozostaje spójny. Pokaż, że jeśli $k \geq 2$, to w grafie k -spójnym dla każdego zbioru k wierzchołków istnieje cykl prosty przechodzący przez te wierzchołki.